



POLITÉCNICA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS  
MATEMÁTICAS II

2014

INTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN DE LA PRUEBA

**Estructura de la prueba:** la prueba se compone de dos opciones (A y B). Sólo se podrá contestar una de las dos opciones, desarrollando íntegramente su contenido. Para la realización de esta prueba puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. En el caso de mezclar preguntas de ambas opciones la prueba será calificada con 0 puntos.

**Puntuación:** la puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo. La calificación máxima total será de **10 puntos**.

**Tiempo:** 1 hora y 30 minutos.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.-** (Calificación máxima: 2 puntos)

Calcúlese, en función del parámetro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & \alpha & \alpha & 5 \\ 4 & \alpha & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.-** (Calificación máxima: 2 puntos)

Dadas las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x - y + z - 1 = 0 \\ 2x + y - z + 3 = 0 \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} 2x + y - 3z + 1 = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$$

- Determinense los vectores directores de  $r$  y  $s$ .
- Determinese un vector perpendicular a las rectas  $r$  y  $s$ .

**Ejercicio 3.-** (Calificación máxima: 2 puntos)

Estúdiese y representese la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{4 - x^2}.$$

**Ejercicio 4.-** (Calificación máxima: 2 puntos)

De entre todos los rectángulos cuyo perímetro es 20 cm, determinense las dimensiones del que tiene área máxima.

**Ejercicio 5.-** (Calificación máxima: 2 puntos)

- Calcúlese  $\int xe^x dx$ .
- Calcúlese  $\int x^3 e^x dx$ .

**OPCIÓN B**

**Ejercicio 1.** (Calificación máxima: 2 puntos)

Se considera el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro  $m$

$$\begin{cases} mx + y - z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ 3x + 4y - 2z = -3 \end{cases}$$

- a) Resuélvase el sistema para  $m = 0$ .  
b) Discútase el sistema en función de  $m \in \mathbb{R}$ .

**Ejercicio 2.-** (Calificación máxima: 2 puntos)

Hállese una matriz  $X$  de tamaño  $3 \times 3$  tal que

$$X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.-** (Calificación máxima: 2 puntos)

- a) Hállese la distancia entre los planos  $x - y + 2z - 1 = 0$  y  $x - y + 2z - 10 = 0$ .

- b) Cálculase la distancia entre la recta  $\begin{cases} x = 1 + 3\lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = 1 - 2\lambda \end{cases}$  y el plano  $x - y + 2z - 10 = 0$ .

**Ejercicio 4.-** (Calificación máxima: 2 puntos)

Calcúlese

$$f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan x}{x^3}$$

**Ejercicio 5.-** (Calificación máxima: 2 puntos)

- a) Descompóngase en fracciones simples  $\frac{x + 3}{x^2 + 3x + 2}$

b) Calcúlese

$$\int_0^1 \frac{x + 3}{x^2 + 3x + 2} dx.$$