



POLITÉCNICA

CAMPUS  
DE EXCELENCIA  
INTERNACIONAL

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros  
Informaticos

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**105000122 - Analisis complejo**

### PLAN DE ESTUDIOS

10MI - Grado en Matematicas e Informatica

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2017-18 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos .....	1
2. Profesorado .....	1
3. Conocimientos previos recomendados .....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje .....	2
5. Descripción de la asignatura y temario .....	4
6. Cronograma .....	7
7. Actividades y criterios de evaluación .....	9
8. Recursos didácticos .....	11

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1 Datos de la asignatura

<b>Nombre de la Asignatura</b>	105000122 - Analisis complejo
<b>Nº de Créditos</b>	6 ECTS
<b>Carácter</b>	105000122
<b>Curso</b>	Tercero curso
<b>Semestre</b>	Quinto semestre
<b>Período de impartición</b>	Septiembre-Enero
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	10MI - Grado en Matematicas e Informatica
<b>Centro en el que se imparte</b>	Escuela Tecnica Superior de Ingenieros Informaticos
<b>Curso Académico</b>	2017-18

## 2. Profesorado

---

### 2.1 Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías*</b>
Elena Esther Castiñeira Holgado (Coordinador/a)	1307	elenaesther.castineira@upm. es	- -Consultar aula virtual

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

### 3. Conocimientos previos recomendados

---

#### 3.1 Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Calculo II
- Calculo III
- Calculo I

#### 3.2 Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Matematicas e Informatica no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

### 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

#### 4.1 Competencias que adquiere el estudiante al cursar la asignatura

CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Conocer demostraciones de teoremas clásicos. Comprender las definiciones de objetos matemáticos y ser capaz de plantear nuevas definiciones. Poder enunciar resultados y construir demostraciones, detectar errores en ellas o encontrar contraejemplos.

CE02 - Ser capaz de extraer de un objeto matemático aquellas propiedades fundamentales que lo caracterizan, distinguiéndolas de aquellas otras ocasionales compartidas con otros objetos matemáticos.

CE03 - Ser capaz de plantear modelos matemáticos para problemas reales, utilizando para resolverlos las herramientas necesarias, interpretando la solución en los mismos términos en que estaba planteado el problema.

CE04 - Comprender y ser capaz de encontrar soluciones a problemas matemáticos en diferentes áreas, utilizando para resolverlos las herramientas analíticas, numéricas o estadísticas disponibles.

CE06 - Diseñar algoritmos y desarrollar programas para resolver problemas en matemáticas.

CE08 - Formalización y especificación de problemas reales cuya solución requiere el uso de la informática.

CE09 - Capacidad de elegir y usar los métodos analíticos y de modelización relevantes, y de describir una solución de forma abstracta.

CE16 - Conocer y saber utilizar los conceptos y los resultados fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral para funciones reales y los fundamentos de la teoría de funciones de una variable compleja.

CE43 - Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo.

CG01 - Capacidad de resolución de problemas aplicando conocimientos de matemáticas, ciencias e ingeniería.

CG02 - Capacidad para el aprendizaje autónomo y la actualización de conocimientos, y reconocimiento de su necesidad en las áreas de la matemática y la informática.

CG03 - Saber trabajar en situaciones carentes de información y bajo presión, teniendo nuevas ideas, siendo creativo.

CG04 - Capacidad de gestión de la información.

CG05 - Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.

CG06 - Capacidad para trabajar dentro de un equipo, organizando, planificando, tomando decisiones, negociando y resolviendo conflictos, relacionándose, y criticando y haciendo autocrítica.

CG08 - Capacidad de comunicarse de forma efectiva con los compañeros, usuarios (potenciales) y el público en general acerca de cuestiones reales y problemas relacionados con la especialización elegida.

CG10 - Capacidad para usar las tecnologías de la información y la comunicación.

## 4.2 Resultados del aprendizaje al cursar la asignatura

RA15 - Conocer el plano complejo y las funciones complejas elementales. Saber calcular derivadas, las condiciones de Cauchy-Riemann, y las funciones armónicas. Conocer la integración compleja: integrales sobre caminos, teorema de Cauchy y fórmula integral de Cauchy.

RA18 - Modelizar matemáticamente problemas reales y conocer las técnicas para resolverlos.

RA19 - Utilizar diversas técnicas para la resolución de problemas con ayuda de software matemático.

RA16 - Conocer el concepto de función holomorfa, desarrollar en serie de potencias, y conocer los teoremas del módulo máximo y de Liouville. Estudiar las singularidades aisladas y su clasificación mediante las series de Laurent, el teorema de los residuos. Aplicar lo anterior al cálculo de valores propios de integrales reales.

RA17 - Estudiar las transformaciones conformes y las transformadas integrales (Laplace y Fourier).

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1 Descripción de la asignatura

La teoría de las funciones complejas es un de los campos de la matemática más interesantes y una de las herramientas más útiles e imprescindible en cualquier ingeniería. En este curso se estudia la diferenciación e integración de las funciones complejas de una variable, así como su representación en series de Taylor y de Laurent. Se estudia la teoría de residuos y algunas de sus aplicaciones, como el cálculo de integrales impropias de funciones reales.

## 5.2 Temario de la asignatura

1. El plano complejo y el plano complejo ampliado: Estructura algebraica y topología
  - 1.1. El cuerpo de los números complejos. Módulo y conjugado de un número complejo.
  - 1.2. Forma polar y forma exponencial de un número complejo (fórmula de Euler). Potencias y raíces.
  - 1.3. Topología del plano complejo. Entornos del infinito y topología del plano ampliado
2. La función compleja y su derivada: funciones holomorfas
  - 2.1. Función compleja y funciones multiformes. Límites y continuidad.
  - 2.2. Derivada de una función compleja. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Derivación de las funciones complejas de variable real
  - 2.3. Funciones holomorfas y funciones armónicas.
3. Funciones complejas elementales
  - 3.1. Función exponencial, funciones trigonométricas y funciones hiperbólicas.
  - 3.2. Función logaritmo y sus ramas.
  - 3.3. Funciones potenciales y funciones exponenciales.
  - 3.4. Funciones trigonométricas e hiperbólicas inversas.
4. Integración en el campo complejo: Teoría de Cauchy
  - 4.1. Curvas en el plano complejo
    - 4.1.1. Curvas suaves
    - 4.1.2. Contornos
  - 4.2. Integrales de contorno
    - 4.2.1. Integral de funciones sobre curvas suaves
    - 4.2.2. Integral de funciones sobre contornos
    - 4.2.3. Independencia del camino. Teorema fundamental del Cálculo
  - 4.3. El teorema integral de Cauchy y sus consecuencias
    - 4.3.1. El teorema integral de Cauchy
    - 4.3.2. La fórmula integral de Cauchy
    - 4.3.3. Teoremas de Morera, Liouville, del valor medio de Gauss, principio del módulo máximo y teorema fundamental del Álgebra

## 5. Series infinitas de variable compleja

5.1. Sucesiones y series de números complejos.

5.2. Sucesiones y series de funciones complejas, convergencia puntual y uniforme, criterio M de Weierstrass.

5.3. Series de potencias y series de Taylor: Fórmula de Cauchy-Hadamard, teorema de Taylor, funciones analíticas.

5.4. Series de Laurent: Teorema de Laurent.

## 6. Teoría de los residuos

6.1. Ceros y singularidades. Clasificación de las singularidades en términos de límites. Teorema de Picard.

6.2. Residuos de una función. Teorema de Cauchy de los residuos

6.3. Aplicaciones de la teoría de residuos.

## 7. Transformaciones conformes

7.1. Algunas propiedades y aspectos geométricos de las funciones analíticas

7.2. Transformaciones de Möbius

## 6. Cronograma

### 6.1 Cronograma de la asignatura\*

Semana	Actividad Presencial en Aula	Actividad Presencial en Laboratorio	Otra Actividad Presencial	Actividades de Evaluación
1	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
2	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
3	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
4	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
5	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			<b>Prueba de evaluación</b> EX: Técnica del tipo Examen EscritoEvaluación continua Duración: 01:00
6	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
7	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
8	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			<b>Examen teoría y problemas</b> EX: Técnica del tipo Examen EscritoEvaluación continua Duración: 02:00
9	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
10	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
11	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			

12	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			<b>Prueba de evaluación</b> EX: Técnica del tipo Examen EscritoEvaluación continua Duración: 01:00
13	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
14	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
15	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
16				<b>Examen teoría y problemas</b> EX: Técnica del tipo Examen EscritoEvaluación continua Duración: 02:00  <b>Examen teoría y problemas</b> EX: Técnica del tipo Examen EscritoEvaluación sólo prueba final Duración: 02:00
17				

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1 Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1 Evaluación continua

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
5	Prueba de evaluación	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:00	10%	/ 10	CG01 CG04 CG05 CE04 CE09 CE16
8	Examen teoría y problemas	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	40%	3 / 10	CG01 CG03 CG04 CG05 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE16 CE43
12	Prueba de evaluación	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:00	10%	/ 10	CG01 CG04 CG05 CE04 CE09 CE16
16	Examen teoría y problemas	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	40%	3 / 10	CG01 CG03 CG04 CG05 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE16 CE43

#### 7.1.2 Evaluación sólo prueba final

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
16	Examen teoría y problemas	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	100%	/ 10	CG01 CG03 CG04 CG05 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE16 CE43

### 7.1.3 Evaluación convocatoria extraordinaria

No se ha definido la evaluación extraordinaria.

## 7.2 Criterios de Evaluación

### CONVOCATORIA ORDINARIA DE ENERO:

Los criterios de evaluación para esta convocatoria se rigen atendiendo a las siguientes modalidades

- EVALUACIÓN CONTINUA:** La calificación del alumno correspondiente a esta modalidad se realizará sumando las notas obtenidas en las actividades evaluables del cuadro anterior, con el peso allí especificado, y siempre que el alumno obtenga una nota mayor o igual a 3, sobre 10, en cada examen parcial. Si dicha suma es mayor o igual a 5 sobre 10 el alumno habrá superado la asignatura con la nota obtenida. En caso contrario, su calificación será de suspenso. Es obligatoria la asistencia a clase para poder optar a la modalidad de evaluación continua.
- EVALUACIÓN MEDIANTE SÓLO PRUEBA FINAL:** Consiste en una única prueba que abarca todo el temario. El alumno que obtenga una nota superior o igual a 5, sobre 10, habrá superado la asignatura con la nota obtenida. En caso contrario, su calificación será de suspenso..

## CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA DE JULIO

La calificación del alumno en esta convocatoria será la obtenida en un examen correspondiente a todo el temario de la asignatura que se realizará en el día fijado por Jefatura de Estudios. El alumno que obtenga en dicha calificación una nota mayor o igual a 5, sobre 10, habrá superado la asignatura con la nota obtenida. En caso contrario, su calificación será de suspenso.

## 8. Recursos didácticos

### 8.1 Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Ablowitz, M.J., Fokas, A.S. Complex variables: Introduction and applications, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.	Bibliografía	
Ahlfors, L.V. Complex Analysis, MacGraw-Hill, Singapore, 1979	Bibliografía	
Brown, J.W., Churchill, R.V. Variable compleja y aplicaciones, McGrawHill, Madrid, 2010.	Bibliografía	
Conway, J.B. Functions of one complex variable, Springer-Verlag, New York, 1978.	Bibliografía	
Cordero, M., Gómez, M. Ampliación de Análisis Matemático (Variable compleja y ecuaciones diferenciales), García Maroto Editores, Badajoz, 2008	Bibliografía	
Henrici, P. Applied and computational complex analysis, Vols. I,II,III, Wiley Classics Library, New York,1993.	Bibliografía	

Markushevich, A.I. Theory of functions of a complex variable, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2005.	Bibliografía	
Marsden, J.E., Hoffman, M.J. Basic Complex Analysis, W.H.Freeman, New York, 1999	Bibliografía	
Monterde, I., Montesinos, V. Teoría y problemas resueltos de variable compleja, Ed. Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, 2005	Bibliografía	
Needham, T. Visual complex analysis, Oxford University Press, Oxford, 2000.	Bibliografía	
Saff, E.B., Snider, A.D. Fundamental of complex analysis with applications to Engineering and Science, Pearson Education International, New Jersey, 2003.	Bibliografía	
Wunsch, A.D. Variable compleja con aplicaciones, Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1997.	Bibliografía	
<a href="https://web3.fi.upm.es/AulaVirtual">https://web3.fi.upm.es/AulaVirtual</a>	Recursos web	
<a href="http://usf.usfca.edu/vca//index.html">http://usf.usfca.edu/vca//index.html</a>	Recursos web	
<a href="http://www.mai.liu.se/~halun/complex/">http://www.mai.liu.se/~halun/complex /</a>	Recursos web	
<a href="http://archives.math.utk.edu/software/msdos/complex.variables/.html">http://archives.math.utk.edu/software/msdos/complex.variables/.html</a>	Recursos web	
<a href="http://math.fullerton.edu/mathews/complex.html">http://math.fullerton.edu/mathews/complex.html</a>	Recursos web	
<a href="http://www.dma.fi.upm.es/java/sistemasdinamicos/Newton/">http://www.dma.fi.upm.es/java/sistemasdinamicos/Newton/</a>	Recursos web	

Aula	Equipamiento	
Sala informática con software matemático	Equipamiento	
Aula virtual de la asignatura	Recursos web	