

**ANX-PR/CL/001-02**  
**GUÍA DE APRENDIZAJE**

**ASIGNATURA**

Teoria de la medida y geometria fractal

**CURSO ACADÉMICO - SEMESTRE**

2015-16 - Segundo semestre

## Datos Descriptivos

|  |   |
|--|---|
| <b>Nombre de la Asignatura</b>             | Teoria de la medida y geometria fractal   |
| <b>Titulación</b>                          | 10MI - Grado en Matematicas e Informatica |
| <b>Centro responsable de la titulación</b> | E.T.S. de Ingenieros Informaticos         |
| <b>Semestre/s de impartición</b>           | Octavo semestre                           |
| <b>Materia</b>                             | Optatividad                               |
| <b>Carácter</b>                            | Optativa                                  |
| <b>Código UPM</b>                          | 105000141                                 |
| <b>Nombre en inglés</b>                    | Theory And Fractal Geometry               |

## Datos Generales

|                              |            |                                     |               |
|------------------------------|------------|-------------------------------------|---------------|
| <b>Créditos</b>              | 6          | <b>Curso</b>                        | 4             |
| <b>Curso Académico</b>       | 2015-16    | <b>Período de impartición</b>       | Febrero-Junio |
| <b>Idioma de impartición</b> | Castellano | <b>Otros idiomas de impartición</b> |               |

## Requisitos Previos Obligatorios

### Asignaturas Superadas

El plan de estudios Grado en Matematicas e Informatica no tiene definidas asignaturas previas superadas para esta asignatura.

### Otros Requisitos

El plan de estudios Grado en Matematicas e Informatica no tiene definidos otros requisitos para esta asignatura.

## Conocimientos Previos

### Asignaturas Previas Recomendadas

Calculo I

Calculo II

Calculo III

Analisis complejo

### Otros Conocimientos Previos Recomendados

El coordinador de la asignatura no ha definido otros conocimientos previos recomendados.

## Competencias

---

CE25 - Conocer los campos de aplicación de las matemáticas y la informática, y tener una apreciación de la necesidad de poseer unos conocimientos técnicos profundos en ciertas áreas de aplicación; apreciación del grado de esta necesidad en, por lo menos, una situación.

CE37 - Combinar la teoría y la práctica para realizar tareas informáticas.

CE43 - Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo.

CG01 - Capacidad de resolución de problemas aplicando conocimientos de matemáticas, ciencias e ingeniería.

CG02 - Capacidad para el aprendizaje autónomo y la actualización de conocimientos, y reconocimiento de su necesidad en las áreas de la matemática y la informática.

CG05 - Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.

CG08 - Capacidad de comunicarse de forma efectiva con los compañeros, usuarios (potenciales) y el público en general acerca de cuestiones reales y problemas relacionados con la especialización elegida.

CG10 - Capacidad para usar las tecnologías de la información y la comunicación.

## Resultados de Aprendizaje

---

RA123 - Conocer alguno de los campos situados en la frontera entre las matemáticas y la informática, que están en la base de nuevas tendencias y desarrollos.

RA121 - Dado un problema real elegir las herramientas matemáticas o la tecnología informática más apropiada para su solución y diseñar su desarrollo e integración, analizando la viabilidad de su solución.

RA120 - Dado un campo de aplicación de las matemáticas o de la informática, evaluar y diseñar la solución más apropiada para resolver alguno de sus problemas, exponiendo las dificultades técnicas y los límites de la aplicación.

RA122 - Desarrollar la solución matemática y algorítmica más apropiada a un problema matemático o informático que requiera un tratamiento especialmente complejo, analizando y exponiendo su viabilidad.

## Profesorado

---

### Profesorado

| Nombre   | Despacho | e-mail              | Tutorías |
|--|----------|---------------------|----------|
| Sastre Rosa, M. Asuncion                       | 1318     | sonia.sastre@upm.es |          |
| Reyes Castro, Miguel E. <b>(Coordinador/a)</b> | 1305     | miguel.reyes@upm.es |          |

**Nota.-** Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## Descripción de la Asignatura

---

## Temario

---

1. Conceptos básicos de teoría de la medida
  - 1.1. Álgebras y sigma-álgebras
  - 1.2. Medidas y medidas exteriores
  - 1.3. Conjuntos medibles y no medibles
  - 1.4. Medida de Lebesgue
2. Funciones, integración y convergencia
  - 2.1. Funciones medibles y simples
  - 2.2. Integración respecto de una medida
  - 2.3. La integral de Lebesgue
  - 2.4. Teoremas de convergencia
3. Los espacios  $L_p$  y el teorema de Fubini
  - 3.1. Normas y espacios normados
  - 3.2. Los espacios  $L_p$ .
  - 3.3. Medidas producto
  - 3.4. El teorema de Fubini
4. Medidas y dimensión de Hausdorff
  - 4.1. Medidas de Hausdorff
  - 4.2. Dimensión de Hausdorff
  - 4.3. Otras dimensiones fractales
5. Sistemas de funciones iteradas
  - 5.1. Teorema de la función contractiva
  - 5.2. Métrica de Hausdorff
  - 5.3. Sistemas de funciones iteradas
  - 5.4. Conjuntos autosemejantes. Dimensión de autosemejanza
  - 5.5. Generación de conjuntos fractales. Ejemplos y aplicaciones.
6. Introducción a la teoría geométrica de la medida
  - 6.1. Propiedades geométricas de los fractales planos
  - 6.2. Clasificación de los fractales planos

## Cronograma

**Horas totales:** 64 horas

**Horas presenciales:** 64 horas (41%)

**Peso total de actividades de evaluación continua:**  
100%

**Peso total de actividades de evaluación sólo prueba final:**  
100%

| Semana   | Actividad Presencial en Aula  | Actividad Presencial en Laboratorio | Otra Actividad Presencial | Actividades Evaluación  |
|----------|---|-------------------------------------|---------------------------|---|
| Semana 1 | <b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     |                           | <b>Resolución y entrega de ejercicios</b><br>Duración: 00:00<br>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual<br>Evaluación continua<br>Actividad no presencial |
| Semana 2 | <b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     |                           | <b>Resolución y entrega de ejercicios</b><br>Duración: 00:00<br>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual<br>Evaluación continua<br>Actividad no presencial |
| Semana 3 | <b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     |                           | <b>Resolución y entrega de ejercicios</b><br>Duración: 00:00<br>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual<br>Evaluación continua<br>Actividad no presencial |
| Semana 4 | <b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     |                           | <b>Resolución y entrega de ejercicios</b><br>Duración: 00:00<br>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual<br>Evaluación continua<br>Actividad no presencial |
| Semana 5 | <b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     |                           | <b>Resolución y entrega de ejercicios</b><br>Duración: 00:00<br>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual<br>Evaluación continua<br>Actividad no presencial |
| Semana 6 | <b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     |                           | <b>Resolución y entrega de ejercicios</b><br>Duración: 00:00<br>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual<br>Evaluación continua<br>Actividad no presencial |
| Semana 7 | <b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     |                           | <b>Resolución y entrega de ejercicios</b><br>Duración: 00:00<br>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual<br>Evaluación continua<br>Actividad no presencial |

|           |  |  |  |   |
|-----------|--|--|--|---|
| Semana 8  | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  | <p><b>Resolución y entrega de ejercicios</b></p> <p>Duración: 00:00</p> <p>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual</p> <p>Evaluación continua</p> <p>Actividad no presencial</p> <p><b>Examen teórico-práctico</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>EX: Técnica del tipo Examen Escrito</p> <p>Evaluación continua</p> <p>Actividad presencial</p> |
| Semana 9  | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b></p> <p>Duración: 04:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  | <p><b>Resolución y entrega de ejercicios</b></p> <p>Duración: 00:00</p> <p>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual</p> <p>Evaluación continua</p> <p>Actividad no presencial</p>  |
| Semana 10 | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b></p> <p>Duración: 04:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  | <p><b>Resolución y entrega de ejercicios</b></p> <p>Duración: 00:00</p> <p>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual</p> <p>Evaluación continua</p> <p>Actividad no presencial</p>  |
| Semana 11 | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b></p> <p>Duración: 04:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  | <p><b>Resolución y entrega de ejercicios</b></p> <p>Duración: 00:00</p> <p>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual</p> <p>Evaluación continua</p> <p>Actividad no presencial</p>  |
| Semana 12 | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b></p> <p>Duración: 04:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  | <p><b>Resolución y entrega de ejercicios</b></p> <p>Duración: 00:00</p> <p>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual</p> <p>Evaluación continua</p> <p>Actividad no presencial</p>  |
| Semana 13 | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b></p> <p>Duración: 04:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  | <p><b>Resolución y entrega de ejercicios</b></p> <p>Duración: 00:00</p> <p>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual</p> <p>Evaluación continua</p> <p>Actividad no presencial</p>  |
| Semana 14 | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b></p> <p>Duración: 04:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  | <p><b>Resolución y entrega de ejercicios</b></p> <p>Duración: 00:00</p> <p>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual</p> <p>Evaluación continua</p> <p>Actividad no presencial</p>  |
| Semana 15 | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b></p> <p>Duración: 04:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  | <p><b>Resolución y entrega de ejercicios</b></p> <p>Duración: 00:00</p> <p>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual</p> <p>Evaluación continua</p> <p>Actividad no presencial</p>  |

|           |  |  |  |   |
|-----------|--|--|--|---|
| Semana 16 | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  | <p><b>Examen teórico-práctico</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>EX: Técnica del tipo Examen Escrito</p> <p>Evaluación continua</p> <p>Actividad presencial</p>          |
| Semana 17 |  |  |  | <p><b>Examen teórico-práctico</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>EX: Técnica del tipo Examen Escrito</p> <p>Evaluación sólo prueba final</p> <p>Actividad presencial</p> |

**Nota.-** El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura que puede sufrir modificaciones durante el curso.

**Nota 2.-** Para poder calcular correctamente la dedicación de un alumno, la duración de las actividades que se repiten en el tiempo (por ejemplo, subgrupos de prácticas") únicamente se indican la primera vez que se definen.



## Actividades de Evaluación

| Semana | Descripción                        | Duración | Tipo evaluación     | Técnica evaluativa                      | Presencial | Peso | Nota mínima | Competencias evaluadas                         |
|--------|------------------------------------|----------|---------------------|---|------------|------|-------------|--|
| 1      | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 2      | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 3      | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 4      | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 5      | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 6      | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 7      | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 8      | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 8      | Examen teórico-práctico            | 02:00    | Evaluación continua | EX: Técnica del tipo Examen Escrito     | Sí         | 35%  |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 9      | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 10     | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 11     | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 12     | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 13     | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 14     | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 15     | Resolución y entrega de ejercicios | 00:00    | Evaluación continua | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No         | 2%   |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |

| Semana | Descripción             | Duración | Tipo evaluación              | Técnica evaluativa                  | Presencial | Peso | Nota mínima | Competencias evaluadas                         |
|--------|-------------------------|----------|------------------------------|-------------------------------------|------------|------|-------------|--|
| 16     | Examen teórico-práctico | 02:00    | Evaluación continua          | EX: Técnica del tipo Examen Escrito | Sí         | 35%  |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |
| 17     | Examen teórico-práctico | 02:00    | Evaluación sólo prueba final | EX: Técnica del tipo Examen Escrito | Sí         | 100% |             | CG01, CG02, CG05, CG08, CG10, CE25, CE37, CE43 |

## Criterios de Evaluación

---

Convocatoria ordinaria

- **Sistema general de evaluación continua.** Cada una de las actividades evaluables se puntúan de 0 a 10, y la nota final se calcula según los pesos fijados en las propias actividades. Se considera aprobada la asignatura cuando la nota final es mayor o igual que 5 (sobre 10).
- **Sistema de evaluación mediante *sólo prueba final*.** El alumno que desee seguir el sistema de evaluación mediante *sólo prueba final*, deberá comunicarlo por escrito al coordinador de la asignatura antes de la 4ª semana de clase. Este sistema de evaluación consistirá en la realización de un examen escrito teórico-práctico que abarcará todo el temario de la asignatura, y evaluable entre 0 y 10 puntos. Se considera aprobada la asignatura cuando la nota obtenida sea mayor o igual que 5.

Convocatoria extraordinaria de julio

- Consistirá en la realización de un examen escrito teórico-práctico que abarcará todo el temario de la asignatura, y evaluable entre 0 y 10 puntos. Se considera aprobada la asignatura cuando la nota obtenida sea mayor o igual que 5.

## Recursos Didácticos

---

| Descripción   | Tipo         | Observaciones |
|---|--------------|---------------|
| D.L. Cohn, Measure Theory, Birkhauser, 1993                                       | Bibliografía |               |
| G.B. Folland, Real Analysis, John Wiley, 1999.                                    | Bibliografía |               |
| M. de Guzmán y B. Rubio, Integración, teoría y técnicas, Alhambra, 1979.          | Bibliografía |               |
| M.F. Barnsley, Fractals everywhere, Academic Press, 1988.                         | Bibliografía |               |
| K.J. Falconer, Fractal Geometry, John Wiley, 2003.                                | Bibliografía |               |
| <a href="http://www.dma.fi.upm.es">http://www.dma.fi.upm.es</a>                   | Recursos web |               |
| <a href="http://web3.fi.upm.es/AulaVirtual">http://web3.fi.upm.es/AulaVirtual</a> | Recursos web |               |