

**ANX-PR/CL/001-01**  
**GUÍA DE APRENDIZAJE**

**ASIGNATURA**

Calculo II

**CURSO ACADÉMICO - SEMESTRE**

2016-17 - Segundo semestre

## Datos Descriptivos

<b>Nombre de la Asignatura</b>	Calculo II
<b>Titulación</b>	05TI - Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales
<b>Centro responsable de la titulación</b>	Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales
<b>Semestre/s de impartición</b>	Segundo semestre
<b>Módulos</b>	Ampliacion de basicas
<b>Materias</b>	Matematicas
<b>Carácter</b>	Basica
<b>Código UPM</b>	55000008
<b>Nombre en inglés</b>	Calculus II

## Datos Generales

<b>Créditos</b>	6	<b>Curso</b>	1
<b>Curso Académico</b>	2016-17	<b>Período de impartición</b>	Febrero-Junio
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano	<b>Otros idiomas de impartición</b>	

## Requisitos Previos Obligatorios

### Asignaturas Previas Requeridas

El plan de estudios Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales no tiene definidas asignaturas previas superadas para esta asignatura.

### Otros Requisitos

El plan de estudios Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales no tiene definidos otros requisitos para esta asignatura.

## Conocimientos Previos

### Asignaturas Previas Recomendadas

Álgebra

Cálculo I

### Otros Conocimientos Previos Recomendados

Cálculo diferencial y cálculo integral para funciones reales de una variable real.

Nociones básicas de Álgebra lineal (aplicaciones lineales, matrices y determinantes).

Geometría analítica, trigonometría, combinatoria y funciones elementales.



## Competencias

---

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; optimización.

CG1 - Conocer y aplicar conocimientos de ciencias y tecnologías básicas a la práctica de la Ingeniería Industrial.

CG10 - Capacidad para generar nuevas ideas (Creatividad).

CG2 - Poseer capacidad para diseñar, desarrollar, implementar, gestionar y mejorar productos, sistemas y procesos en los distintos ámbitos industriales, usando técnicas analíticas, computacionales o experimentales apropiadas.

CG3 - Aplicar los conocimientos adquiridos para identificar, formular y resolver problemas dentro de contextos amplios y multidisciplinarios, siendo capaces de integrar conocimientos, trabajando en equipos multidisciplinarios.

CG6 - Poseer habilidades de aprendizaje que permitan continuar estudiando a lo largo de la vida para su adecuado desarrollo profesional.

CG7 - Incorporar nuevas tecnologías y herramientas de la Ingeniería Industrial en sus actividades profesionales.

## Resultados de Aprendizaje

---

RA239 - Capacidad para expresar en lenguaje matemático problemas provenientes del mundo físico y la ingeniería.

RA240 - Capacidad para obtener resultados numéricos que permitan una mejor comprensión e interpretación de los fenómenos naturales relacionados con los distintos campos de la ingeniería industrial.

RA241 - Habilidad para la aplicación de métodos analíticos a la resolución de problemas técnicos conocidos que han aparecido en otras materias.

RA230 - Capacidad de abstracción.

## Profesorado

### Profesorado

Nombre	Despacho	e-mail	Tutorías
García Lázaro, Paloma	Matemáticas	paloma.garcia@upm.es	M - 11:30 - 12:30 M - 14:30 - 15:30 J - 11:30 - 12:30 J - 13:30 - 14:30 V - 11:30 - 12:30 V - 13:30 - 14:30
Rincón Ortega, M. Angeles <b>(Coordinador/a)</b>	Matemáticas	angeles.rincon@upm.es	M - 10:30 - 12:30 M - 13:30 - 14:30 J - 09:00 - 10:30 J - 12:30 - 14:00
Alonso Miguel, Juan Antonio	Matemáticas	juanantonio.alonso@upm.es	M - 15:30 - 17:30 X - 12:30 - 14:30 J - 12:30 - 14:30
Calle Ysern, Bernardo De La	Matemáticas	bernardo.delacalle@upm.es	M - 18:30 - 20:30 X - 16:30 - 17:30 X - 19:30 - 20:30 J - 17:30 - 19:30
Rincón Ortega, M. Angeles <b>(Coordinador/a)</b>	Matemáticas	angeles.rincon@upm.es	M - 10:30 - 12:30 M - 13:30 - 14:30 J - 09:00 - 10:30 J - 12:30 - 14:00
Degroote Herranz, Eugenio	Matemáticas	eugenio.degroote@upm.es	M - 15:30 - 17:30 X - 15:30 - 17:30 J - 17:30 - 19:30

**Nota.-** Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## Descripción de la Asignatura

---

Cálculo II es una asignatura de carácter básico centrada fundamentalmente en el estudio de funciones reales de varias variables. Se trata de la continuidad natural de la asignatura de Cálculo I, puesto que en ella se generalizan los conceptos ya estudiados además de añadirse otros nuevos, propios del análisis matemático en varias variables.

Cálculo II pretende dotar a los alumnos de conocimientos matemáticos indispensables, que complementados con los de otras asignaturas de carácter matemático, le permitan comprender y manejar conceptos fundamentales en Ingeniería, así como describir un problema técnico en términos matemáticos y resolverlo.

## Temario

---

### 1. Series numéricas.

1.1. Definición de serie numérica. Noción de convergencia. La serie geométrica y la serie armónica. Condición previa de convergencia. Criterio de Cauchy. Operaciones elementales con series.

1.2. Series de términos no negativos. Criterios de comparación y de comparación del cociente. Criterios del cociente y de la raíz. Definición de integral impropia sobre intervalo no acotado y su convergencia. Criterio de la integral.

1.3. Series alternadas. El criterio de Leibniz. Estimación de la suma de una serie alternada convergente.

1.4. Series de términos cualesquiera. Series absolutamente convergentes. Criterios de la raíz y el cociente para series de términos cualesquiera

### 2. Series de potencias.

2.1. Definición. Radio de convergencia de una serie de potencias. Fórmula de Cauchy- Hadamard. Álgebra de las series de potencias.

2.2. Derivación e integración de una serie de potencias. Teorema de Abel. Series de Taylor.

### 3. Aplicaciones de varias variables. Límite y continuidad.

3.1. El espacio vectorial  $\mathbb{R}^n$ . Producto escalar. Norma euclídea. Desigualdades de Schwarz y de Minkowski. Límites de sucesiones de vectores. Completitud de  $\mathbb{R}^n$ . Topología básica de  $\mathbb{R}^n$ .

3.2. Aplicaciones de varias variables. Definición de continuidad y límite. Álgebra de límites y de funciones continuas. Continuidad y límites. Propiedades de las funciones continuas. Conjuntos compactos. Imagen continua de un compacto.

### 4. Diferenciación de aplicaciones.

4.1. Definición de derivada parcial. Significado geométrico y físico. Cálculo de las derivadas parciales. Derivadas según un vector. Derivadas parciales de una función vectorial. Gradiente de un campo escalar.

4.2. Noción de diferencial de una aplicación. Interpretación de la diferencial. Álgebra de las funciones diferenciables. Condiciones necesarias de diferenciabilidad. Matriz jacobiana. Derivada direccional máxima. Condición suficiente de diferenciabilidad.

### 5. Diferenciación de la aplicación compuesta y aplicaciones.

5.1. Diferencial de la aplicación compuesta (regla de la cadena). Matriz jacobiana de la aplicación compuesta. Derivación de funciones definidas por integrales (regla de Leibniz).

5.2. Campos escalares y vectoriales en  $\mathbb{R}^3$ . Curvas en el espacio. Derivada de un campo a lo largo de una curva. Plano tangente a una superficie en forma explícita y en forma paramétrica. Plano tangente a una superficie de nivel.

6. Derivadas sucesivas. Fórmula de Taylor.

6.1. Derivadas segundas. Ecuaciones de Laplace, del calor y de ondas. Igualdad de las derivadas cruzadas. Derivadas sucesivas.

6.2. Definición de matriz hessiana. Aproximación local de una función de clase dos. Fórmula de Taylor.

7. Aplicaciones inversa e implícita.

7.1. Aplicación inversa: El caso  $n = 1$ . Inversión de una aplicación lineal. El teorema de la aplicación inversa. Matriz jacobiana y determinante jacobiano de la inversa.

7.2. Aplicación implícita: Aplicaciones definidas implícitamente. Teorema de la aplicación implícita. Matriz jacobiana y derivadas de la función implícita.

8. Extremos.

8.1. Extremos libres: Extremos locales. Condiciones necesarias de primer y segundo orden. Formas cuadráticas reales. Formas definidas positivas y definidas negativas. Criterio de Sylvester. Condiciones suficientes de extremo local.

8.2. Extremos condicionados: Planteamiento del problema. El caso  $n=2$ . Teorema de los multiplicadores de Lagrange.

9. Integral múltiple.

9.1. Integración doble sobre rectángulos y triples en ortoedros. Interpretación geométrica. Propiedades elementales. Integración reiterada. Teorema de Fubini. Integrales múltiples sobre regiones generales.

9.2. Cambio de variables: El jacobiano como factor de dilatación. Coordenadas polares en el plano. Coordenadas esféricas y cilíndricas en el espacio. Propiedades de simetría. Aplicaciones geométricas y físicas de la integral múltiple.

## Cronograma

**Horas totales:** 61 horas

**Horas presenciales:** 61 horas (39.1%)

**Peso total de actividades de evaluación continua:**  
100%

**Peso total de actividades de evaluación sólo prueba final:**  
100%

Semana	Actividad Presencial en Aula	Actividad Presencial en Laboratorio	Otra Actividad Presencial	Actividades Evaluación
Semana 1	<p><b>Series numéricas. Definición . Condiciones de convergencia para series.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Ejercicios de aplicación de los conceptos de vistos sobre series numéricas</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
Semana 2	<p><b>Series numéricas alternadas.Criterio de Leibniz. Series de terminos cualesquiera y criterios de convergencia.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Ejercicios de aplicación de la teoría explicada.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
Semana 3	<p><b>Series de potencias</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas sobre series de potencias.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
Semana 4	<p><b>El espacio <math>R^n</math>. Normas. Topología básica de <math>R^n</math>.</b></p> <p>Duración: 01:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Límite y continuidad de aplicaciones. Conceptos. Relaciones.</b></p> <p>Duración: 01:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Ejercicios para practicar la teoría expuesta.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			



Semana 5	<p><b>Derivación parcial. Derivada según un vector. Gradiente de un campo escalar</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practicar los conceptos explicados.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
Semana 6	<p><b>Diferenciación de una aplicación. Condiciones de diferenciabilidad.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practicar los conceptos explicados.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
Semana 7	<p><b>Diferenciación de la aplicación compuesta. Aplicaciones .</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas sobre diferenciabilidad, regla de Leibniz, planos tangentes...</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Prueba tipo test que permite evaluar si los conceptos y la terminología propia del cálculo se han aprendido</b></p> <p>Duración: 01:30</p> <p>EX: Técnica del tipo Examen Escrito</p> <p>Evaluación continua</p> <p>Actividad presencial</p>
Semana 8	<p><b>Derivadas sucesivas. Fórmula de Taylor.</b></p> <p>Duración: 03:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practicar los conceptos explicados.</b></p> <p>Duración: 01:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
Semana 9	<p><b>Teoremas de la aplicación inversa e implícita.</b></p> <p>Duración: 03:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Ejercicios para asimilar los teoremas expuestos.</b></p> <p>Duración: 01:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			

Semana 10	<p><b>Extremos libres. Condiciones necesarias. Formas cuadráticas reales. Condiciones suficientes de extremo local.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas sobre extremos libres.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
Semana 11	<p><b>Extremos condicionados. Teorema de los multiplicadores de Lagrange. Condiciones suficientes.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practicar los resultados explicados.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
Semana 12	<p><b>Problemas sobre extremos condicionados.</b></p> <p>Duración: 01:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Integrales dobles y triples. Teorema Fubini. Integración sobre regiones generales.</b></p> <p>Duración: 03:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			<p><b>Prueba escrita cuyo objetivo es verificar que los alumnos afianzan sus conocimientos de cálculo.</b></p> <p>Duración: 01:30</p> <p>EX: Técnica del tipo Examen Escrito</p> <p>Evaluación continua</p> <p>Actividad presencial</p>
Semana 13	<p><b>Cambio de variables.</b></p> <p>Duración: 01:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas sobre la integración múltiple.</b></p> <p>Duración: 03:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
Semana 14	<p><b>Aplicaciones geométricas y físicas de la integral múltiple.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Cálculo de áreas, volúmenes, momentos de inercia,...</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
Semana 15				
Semana 16				

Semana 17				<p><b>Prueba coincidente con el examen final en la que se examina de todo el temario.</b></p> <p>Duración: 02:00</p> <p>EX: Técnica del tipo Examen Escrito</p> <p>Evaluación continua</p> <p>Actividad presencial</p> <p><b>Prueba global de los temas impartidos durante el curso, así como la evaluación de las competencias y habilidades asociados.</b></p> <p>Duración: 02:30</p> <p>EX: Técnica del tipo Examen Escrito</p> <p>Evaluación sólo prueba final</p> <p>Actividad presencial</p>
-----------	--	--	--	--

**Nota.-** El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura que puede sufrir modificaciones durante el curso.

**Nota 2.-** Para poder calcular correctamente la dedicación de un alumno, la duración de las actividades que se repiten en el tiempo (por ejemplo, subgrupos de prácticas") únicamente se indican la primera vez que se definen.

## Actividades de Evaluación

Semana	Descripción	Duración	Tipo evaluación	Técnica evaluativa	Presencial	Peso	Nota mínima	Competencias evaluadas
7	Prueba tipo test que permite evaluar si los conceptos y la terminología propia del cálculo se han aprendido	01:30	Evaluación continua	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Sí	15%		CG10, CG1
12	Prueba escrita cuyo objetivo es verificar que los alumnos afianzan sus conocimientos de cálculo.	01:30	Evaluación continua	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Sí	25%		CE1, CG10, CG1
17	Prueba coincidente con el examen final en la que se examina de todo el temario.	02:00	Evaluación continua	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Sí	60%		CG6, CG7, CE1, CG10, CG1, CG2, CG3
17	Prueba global de los temas impartidos durante el curso, así como la evaluación de las competencias y habilidades asociados.	02:30	Evaluación sólo prueba final	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Sí	100%	5 / 10	CG6, CG7, CE1, CG10, CG1, CG2, CG3

## Criterios de Evaluación

### Evaluación continua:

Resolución de problemas y cuestiones principalmente prácticas.

La primera prueba consiste en un examen presencial, escrito, tipo test con diversas opciones. Esto permite a los estudiantes, que acaban de empezar el curso, aplicar sus conocimientos matemáticos con poco rigor, impulsando su intuición y creatividad.

En la segunda se les exigirá a los alumnos que escriban, desarrollen y resuelvan los problemas con el detalle adecuado para verificar que han comprendido los conceptos y teoremas.

En la tercera (examen final de evaluación continua) se propondrán problemas más elaborados y se valorará el desarrollo de las respuestas teniendo en cuenta el rigor en el razonamiento y el formalismo matemático de los procedimientos seguidos.

Señalar que las pruebas no son eliminatorias, de forma que en cada una de ellas se examina de todo el temario que se ha ido explicando durante el curso hasta el momento en que se realiza dicha prueba.

El aprobado por evaluación continua se obtendrá si la suma de las notas en las tres pruebas descritas es mayor o igual que cinco.

### Evaluación por examen final

El examen final tiene una parte que coincide con el examen final de la evaluación continua y otra parte que se corresponde al resto de pruebas. Los criterios de evaluación y calificación son análogos a los ya explicados.

El aprobado por evaluación final se obtendrá si la calificación obtenida en el examen es mayor o igual que cinco.

### Examen extraordinario

Examen único de 2h 30' de duración en el que entra todo el temario.

El aprobado se obtendrá si la calificación obtenida en dicho examen es mayor o igual que cinco.

## Recursos Didácticos

Descripción	Tipo	Observaciones
Problemas de Cálculo Infinitesimal. Cálculo II	Bibliografía	A comienzo del curso se ponen a disposición de los alumnos unos 150 enunciados de problemas de todos los temas de la asignatura. En esta publicación se recogen dichos enunciados detalladamente resueltos por los profesores de la asignatura.
Problemas de examen. Cálculo II	Bibliografía	Se recogen, resueltos por los profesores de la asignatura, todos los problemas de los exámenes correspondientes a los cursos desde el 2000/01 hasta el 2004/2005.
Problemas de examen de los últimos cursos	Recursos web	En la plataforma Moodle están resueltos todos los problemas de examen (así como los propuestos en las evaluaciones continuas) correspondientes a los cursos desde el 2011/12 hasta la actualidad.
Minivideos docentes aplicados a la enseñanza de las matemáticas	Recursos web	Videos de corta duración tanto de teoría como de problemas realizados por profesores del departamento y alojados en <a href="http://minivideos.industriales.upm.es/index.html">http://minivideos.industriales.upm.es/index.html</a> .
Tutorías	Otros	Atención individual y colectiva al estudiante en las tutorías, para orientarle en su estudio.
Cálculo Vectorial. Marsden J. y Tromba A.	Bibliografía	
Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático. Courant R. y John F	Bibliografía	
Cálculo varias variables. Rogawski J.	Bibliografía	
Cálculo de varias variables. Zill D. y Wright W.	Bibliografía	
Cálculo una variable. Rogawski J.	Bibliografía	Este libro solo se utilizará en los temas 1 y 2 correspondientes a series.

## Otra Información

La tasa de éxito en la convocatoria ordinaria de Cálculo II durante el curso 2015-16 ha sido de un 48%.

Señalar que los alumnos que decidieron elegir la evaluación continua tienen una tasa de éxito del 56,3% en esa misma convocatoria. Esto se debe a que la implicación y compromiso con el estudio de la asignatura es mayor en estos alumnos.