



POLITÉCNICA

CAMPUS  
DE EXCELENCIA  
INTERNACIONAL

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros  
Informaticos

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**105000107 - Matematica discreta II**

### PLAN DE ESTUDIOS

10MI - Grado en Matematicas e Informatica

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2017-18 - Segundo semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos .....	1
2. Profesorado .....	1
3. Competencias y resultados de aprendizaje .....	2
4. Descripción de la asignatura y temario .....	3
5. Cronograma .....	6
6. Actividades y criterios de evaluación .....	9
7. Recursos didácticos .....	14
8. Otra información .....	15

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1 Datos de la asignatura

<b>Nombre de la Asignatura</b>	105000107 - Matematica discreta II
<b>Nº de Créditos</b>	6 ECTS
<b>Carácter</b>	105000107
<b>Curso</b>	Primer curso
<b>Semestre</b>	Segundo semestre
<b>Período de impartición</b>	Febrero-Junio
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	10MI - Grado en Matematicas e Informatica
<b>Centro en el que se imparte</b>	Escuela Tecnica Superior de Ingenieros Informaticos
<b>Curso Académico</b>	2017-18

## 2. Profesorado

---

### 2.1 Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías*</b>
Victoria Zarzosa Rodriguez	1313	victoria.zarzosa@upm.es	--
Gregorio Hernandez Peñalver (Coordinador/a)	1306	gregorio.hpenalver@upm.es	--

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 3.1 Competencias que adquiere el estudiante al cursar la asignatura

CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Conocer demostraciones de teoremas clásicos. Comprender las definiciones de objetos matemáticos y ser capaz de plantear nuevas definiciones. Poder enunciar resultados y construir demostraciones, detectar errores en ellas o encontrar contraejemplos.

CE02 - Ser capaz de extraer de un objeto matemático aquellas propiedades fundamentales que lo caracterizan, distinguiéndolas de aquellas otras ocasionales compartidas con otros objetos matemáticos.

CE03 - Ser capaz de plantear modelos matemáticos para problemas reales, utilizando para resolverlos las herramientas necesarias, interpretando la solución en los mismos términos en que estaba planteado el problema.

CE04 - Comprender y ser capaz de encontrar soluciones a problemas matemáticos en diferentes áreas, utilizando para resolverlos las herramientas analíticas, numéricas o estadísticas disponibles.

CE06 - Diseñar algoritmos y desarrollar programas para resolver problemas en matemáticas.

CE07 - Conocer los cimientos esenciales y fundacionales de la informática, subrayando los aspectos esenciales de la disciplina que permanecen inalterables ante el cambio tecnológico.

CE08 - Formalización y especificación de problemas reales cuya solución requiere el uso de la informática.

CE09 - Capacidad de elegir y usar los métodos analíticos y de modelización relevantes, y de describir una solución de forma abstracta.

CE11 - Comprender intelectualmente el papel central que tienen los algoritmos y las estructuras de datos, así como una apreciación del mismo.

CE43 - Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo.

CG01 - Capacidad de resolución de problemas aplicando conocimientos de matemáticas, ciencias e ingeniería.

CG02 - Capacidad para el aprendizaje autónomo y la actualización de conocimientos, y reconocimiento de su necesidad en las áreas de la matemática y la informática.

CG05 - Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.

CG06 - Capacidad para trabajar dentro de un equipo, organizando, planificando, tomando decisiones, negociando y resolviendo conflictos, relacionándose, y criticando y haciendo autocrítica.

CG10 - Capacidad para usar las tecnologías de la información y la comunicación.

### 3.2 Resultados del aprendizaje al cursar la asignatura

RA19 - Utilizar diversas técnicas para la resolución de problemas con ayuda de software matemático.

RA73 - Conocer, comprender y aplicar los conceptos, técnicas y algoritmos básicos de la teoría de grafos.

RA74 - Conocer y aplicar las técnicas de las funciones generatrices en la resolución de problemas de recuento.

RA75 - Comprender las nociones de complejidad de un algoritmo y de complejidad de un problema.

RA82 - Modelizar matemáticamente problemas reales y conocer las técnicas para resolverlos

## 4. Descripción de la asignatura y temario

---

### 4.1 Descripción de la asignatura

La asignatura Matemática Discreta II complementa la asignatura Matemática Discreta I del primer semestre. En ella se siguen estudiando algunas de las estructuras discretas importantes en Matemáticas y en Computación, fundamentalmente los grafos. Se realiza un estudio básico de casi todos los conceptos de Teoría de Grafos, incidiendo especialmente en los aspectos algorítmicos. También se estudia la técnica de las funciones generatrices para resolver problemas combinatorios.

## 4.2 Temario de la asignatura

1. Nociones básicas de grafos y digrafos
  - 1.1. Nociones generales. Representación de grafos. Matriz de adyacencia
  - 1.2. Subgrafos. Operaciones con grafos. Isomorfismo de grafos
  - 1.3. Sucesión de grados. Caracterización de las sucesiones gráficas
  - 1.4. Caminos en grafos y digrafos. Conexión
2. Árboles: Búsquedas y optimización
  - 2.1. Árboles. Árboles con raíz. Búsquedas en grafos. Recorridos en árboles
  - 2.2. Enumeración de árboles etiquetados. Fórmula de Cayley. Código de Prüfer
  - 2.3. Árbol generador de peso mínimo: Algoritmos de Prim, Kruskal y Boruvka
  - 2.4. Otros criterios de optimización de árboles
3. Distancias y caminos mínimos
  - 3.1. Distancias en grafos. Excentricidad, centro, periferia y diámetro
  - 3.2. Caminos mínimos: Algoritmo de Dijkstra
  - 3.3. Caminos mínimos: Algoritmos de Bellman-Ford y Floyd
4. Complejidad de algoritmos
  - 4.1. Notación de Knuth. Crecimiento de funciones
  - 4.2. Complejidad de algoritmos. Complejidad de problemas
  - 4.3. Análisis de la complejidad de algoritmos básicos
  - 4.4. Clases P y NP de problemas. Problemas NP-completos
5. Conectividad y orientabilidad
  - 5.1. Conectividad por vértices y por aristas
  - 5.2. Caracterización por caminos: Teorema de Whitney
  - 5.3. Orientabilidad de grafos. Caracterización de los grafos orientables
6. Flujos en redes. Emparejamientos
  - 6.1. Flujos y capacidades en una red. Teorema de Ford-Fulkerson. Algoritmo de etiquetado
  - 6.2. Conectividad y flujos. Teoremas de Menger
  - 6.3. Emparejamientos en grafos bipartidos. Teorema de Hall. Estabilidad

6.4. Recubrimientos. Teorema de König.

7. Recorridos en grafos

7.1. Grafos eulerianos. Caracterización

7.2. Algoritmos de construcción de recorridos eulerianos. Problema del cartero

7.3. Grafos hamiltonianos. Propiedades

7.4. Problema del viajante. Algoritmos aproximados

8. Planaridad

8.1. Grafos planos. Fórmula de Euler

8.2. Caracterizaciones de la planaridad. Grafo dual

9. Coloración de grafos

9.1. Independencia y coloración. Número cromático

9.2. Algoritmos de coloración de vértices

9.3. Coloración de aristas. Otros criterios de coloración. Polinomio cromático

9.4. Coloración de mapas. Teorema de los cuatro colores

10. Funciones generatrices

10.1. Funciones generatrices y problemas de recuento

10.2. Series de potencias. Propiedades algebraicas. Fracciones simples

10.3. Resolución de relaciones de recurrencia por funciones generatrices

## 5. Cronograma

### 5.1 Cronograma de la asignatura\*

Semana	Actividad Presencial en Aula	Actividad Presencial en Laboratorio	Otra Actividad Presencial	Actividades de Evaluación
1	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
2	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
3	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
4	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Realización de prácticas de ordenador</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
5	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
6	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Prueba de evaluación escrita</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Duración: 01:30</p>



7	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
8	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Realización de prácticas de ordenador</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
9	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
10	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
11	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Prueba de evaluación escrita</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Duración: 01:30</p>
12	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Realización de prácticas de ordenador</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
13	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			

14	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
15	<p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 05:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
16				<p><b>Prueba de evaluación escrita</b> EX: Técnica del tipo Examen EscritoEvaluación continua Duración: 02:00</p> <p><b>Trabajo en grupo. Memoria y presentación oral. Entregas periódicas de ejercicios propuestos en clase y de ejercicios con software matemático</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en GrupoEvaluación continua Duración: 00:00</p>
17				<p><b>Examen final</b> EX: Técnica del tipo Examen EscritoEvaluación sólo prueba final Duración: 02:00</p>

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso.

## 6. Actividades y criterios de evaluación

### 6.1 Actividades de evaluación de la asignatura

#### 6.1.1 Evaluación continua

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
6	Prueba de evaluación escrita	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:30	25%	3 / 10	CG05 CG01 CG06 CG02 CG10 CE01 CE02 CE03 CE04 CE06 CE07 CE08 CE09 CE11 CE43
11	Prueba de evaluación escrita	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:30	25%	3 / 10	
16	Prueba de evaluación escrita	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	25%	3 / 10	
16	Trabajo en grupo. Memoria y presentación oral. Entregas periódicas de ejercicios propuestos en clase y de ejercicios con software matemático	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	25%	/ 10	

#### 6.1.2 Evaluación sólo prueba final

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
		EX: Técnica					CG01 CG02 CG05 CG06 CG10 CE01 CE02

17	Examen final	del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	100%	5 / 10	CE03 CE04 CE06 CE07 CE08 CE09 CE11 CE43
----	--------------	-------------------------------	------------	-------	------	--------	--

### 6.1.3 Evaluación convocatoria extraordinaria

No se ha definido la evaluación extraordinaria.

## 6.2 Criterios de Evaluación

### Convocatoria ordinaria (junio)

Según una de las siguientes opciones:

#### 1) Sistema de evaluación continua.

La calificación del alumno será la que resulte en la suma correspondiente del cuadro de las actividades de evaluación anteriores. Será condición indispensable para la evaluación continua la entrega de, al menos, el 80% de los ejercicios propuestos tanto en clase como en el laboratorio y la participación activa en el trabajo en grupo.

Asimismo es necesario alcanzar una nota mínima de un 3 sobre 10 en cada una de las pruebas de evaluación escrita que aparecen en la tabla anterior. Se considera superada la asignatura con una nota mayor o igual a 5 sobre 10.

#### 2) Sistema de sólo prueba final

El alumno que desee seguir el sistema de evaluación mediante sólo prueba final, deberá comunicarlo por escrito al coordinador de la asignatura en el plazo de dos semanas a contar desde el inicio de la actividad docente de la asignatura.

Consistirá en la realización de una prueba de respuesta larga (desarrollo) que abarcará todo el temario de la

asignatura.

Se considera superada la asignatura con una nota mayor o igual a 5 sobre 10

### Convocatoria Extraordinaria de julio

Consistirá en la realización de una prueba de respuesta larga (desarrollo) que abarcará todo el temario de la asignatura.

Se considera superada la asignatura con una nota mayor o igual a 5 sobre 10.

\*\*\*Las fechas de publicación de notas y revisión de exámenes se notificarán en el momento del correspondiente examen

**Los indicadores de logro que un estudiante debe verificar para averiguar sus conocimientos son los siguientes:**

I1	Modelizar problemas utilizando nociones de grafos
I2	Reconocer los elementos característicos de un grafo
I3	Deducir propiedades de un grafo a partir de su matriz de adyacencia
I4	Distinguir si dos grafos son isomorfos
I5	Decidir si una sucesión es realizable como sucesión de grados de un grafo simple
I6	Explicar el significado de la conectividad de un grafo e interpretarla en términos de tolerancia a fallos.
I7	Reconocer si un grafo es un árbol
I8	Describir las propiedades de los árboles
I9	Hallar el código de Prüfer de un árbol etiquetado
I10	Construir el árbol correspondiente a un código dado
I11	Describir la terminología de los árboles con raíz
I12	Resolver problemas de decisión utilizando árboles con raíz
I13	Describir los diferentes procesos de exploración de un grafo en términos de árboles
I14	Aplicar los algoritmos de Prim, Kruskal y Boruvka para construir el árbol generador de peso mínimo de un grafo ponderado

I15	Interpretar los algoritmos anteriores como algoritmos tipo "voraz"
I16	Describir algunos criterios de optimización de árboles
I17	Definir distancia entre vértices y caminos de longitud mínima en un grafo ponderado
I18	Aplicar el algoritmo de Dijkstra para calcular caminos de longitud mínima en grafos ponderados
I19	Aplicar los algoritmos de Bellman-Ford y Floyd para calcular distancias en grafos ponderados
I20	Calcular el centro, diámetro y periferia de un grafo
I21	Aplicar las nociones de centralidad de un grafo para resolver problemas de ubicación de servicios
I22	Describir la conectividad por vértices y por aristas de un grafo
I23	Interpretar la conectividad de un grafo en términos de caminos disjuntos
I24	Reconocer si un grafo es orientable
I25	Aplicar la búsqueda en profundidad para orientar un grafo
I26	Calcular el flujo máximo y la capacidad mínima en una red de transporte aplicando el algoritmo de Edmonds-Karp
I27	Relacionar las nociones de conectividad y flujos en redes. Describir teoremas tipo max-min en grafos
I28	Describir la relación entre emparejamientos y recubrimientos en grafos generales y bipartidos
I30	Analizar los problemas de estabilidad en emparejamientos
I31	Reconocer si un grafo es euleriano o hamiltoniano
I32	Describir condiciones necesarias o suficientes para decidir si un grafo es euleriano o hamiltoniano
I33	Aplicar el algoritmo de Fleury para construir recorridos eulerianos
I34	Utilizar los recorridos eulerianos en el problema de la conversión de señales analógicas a digitales
I35	Presentar el "Problema del Viajante" incidiendo en la complejidad de su resolución exacta

I36	Describir algoritmos aproximados para la resolución del "Problema del Viajante"
I37	Analizar la bondad de las soluciones aproximadas a los problemas
I38	Caracterizar los grafos planares
I39	Detectar si un grafo es planar
I40	Utilizar la fórmula de Euler de los grafos planos para obtener propiedades de dichos grafos
I41	Conocer los parámetros de coloración e independencia en grafos y sus relaciones.
I42	Describir varios algoritmos de coloración de grafos
I43	Explicar el significado del "Teorema de los cuatro colores"
I44	Interpretar un problema en términos de grafos analizando qué concepto de grafos permite obtener una solución al mismo
I45	Comparar el crecimiento de funciones con la notación de Knuth
I46	Comprender la diferencia entre complejidad de un algoritmo y de un problema
I47	Analizar la complejidad de algoritmos básicos
I48	Distinguir entre problemas de la clase P y de la clase NP
I49	Describir el significado de la NP-completitud
I50	Expresar problemas de recuento en términos de funciones generatrices
I51	Manejar expresiones algebraicas como series de potencias
I52	Resolver problemas de recuento y relaciones de recurrencia utilizando funciones generatrices
I53	Distinguir entre funciones generatrices ordinarias y exponenciales
I54	Aplicar las funciones generatrices a problemas de particiones y de análisis de complejidad

## 7. Recursos didácticos

### 7.1 Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
N. Biggs: Discrete Mathematics, 2nd ed. Oxford Univ. Press, 2002	Bibliografía	Referencia básica
J. Gross, J. Yellen: Graph Theory and its Applications. CRC Press, 2nd ed. 2006	Bibliografía	Referencia básica
G. Hernández, Grafos: Teoría y Algoritmos. Servicio de Publicaciones, ETSIInf, UPM, 2014	Bibliografía	Referencia básica
G. Chartrand, P. Zhang: Introduction to Graph Theory. McGraw-Hill, 2005	Bibliografía	Libro de consulta
F. García Merayo, G. Hernández y A. Nevot: Problemas resueltos de Matemática Discreta. Ed. Thomson-Paraninfo, 2003	Bibliografía	Libro de consulta
R. Grimaldi: Matemáticas Discreta y Combinatoria, Addison-Wesley, 1997	Bibliografía	Libro de consulta
W. Kocay, D. Kreher: Graphs, Algorithms and Optimization. Chapman & Hall/CRC, 2005	Bibliografía	Libro de consulta
J. Matousek, J. Nešetřil: Invitación a la matemática discreta. Reverté, 2008	Bibliografía	Libro de consulta
D. B. West: Introduction to Graph Theory. Prentice Hall, 2001	Bibliografía	Libro de consulta
H. Wilf: Generatingfunctionology, 3rd ed. A. K. Peters, 2005	Bibliografía	Libro de consulta



A. Vieites y más: Teoría de Grafos, ejercicios resueltos y propuestos. Laboratorio con Sage. Paraninfo, 2014	Bibliografía	Libro de consulta
Página web de la asignatura	Recursos web	<a href="http://www.dma.fi.upm.es/docencia/grado_mi/matematica_discreta_2/">http://www.dma.fi.upm.es/docencia/grado_mi/matematica_discreta_2/</a>
Sitio Moodle de la asignatura	Recursos web	<a href="https://moodle.upm.es/titulaciones/oficiales/">https://moodle.upm.es/titulaciones/oficiales/</a>
Aula de clase	Equipamiento	
Laboratorio	Equipamiento	
Sala trabajo en grupo	Equipamiento	

## 8. Otra información

---

### 8.1 Otra información sobre la asignatura

Todas las competencias se evaluarán en las actividades de evaluación.