



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros  
Informáticos

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**105000122 - Analisis Complejo**

### PLAN DE ESTUDIOS

10ML - Grado en Matematicas e Informática

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2020/21 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	8
8. Recursos didácticos.....	11
9. Otra información.....	13

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	105000122 - Analisis Complejo
<b>No de créditos</b>	6 ECTS
<b>Carácter</b>	Obligatoria
<b>Curso</b>	Tercero curso
<b>Semestre</b>	Quinto semestre
<b>Período de impartición</b>	Septiembre-Enero
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	10ML - Grado en Matematicas e Informática
<b>Centro responsable de la titulación</b>	10 - Escuela Tecnica Superior de Ingenieros Informaticos
<b>Curso académico</b>	2020-21

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías *</b>
Elena Esther Castiñeira Holgado (Coordinador/a)	1319	elenaesther.castineira@upm.es	Sin horario. Consultar aula virtual
Maria Paloma Gomez Toledano	1304	mariapaloma.gomez@upm.es	Sin horario. Consultar aula virtual

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Conocimientos previos recomendados

---

### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Calculo I
- Calculo Ii
- Calculo Iii

### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Matematicas e Informática no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Conocer demostraciones de teoremas clásicos. Comprender las definiciones de objetos matemáticos y ser capaz de plantear nuevas definiciones. Poder enunciar resultados y construir demostraciones, detectar errores en ellas o encontrar contraejemplos.

CE02 - Ser capaz de extraer de un objeto matemático aquellas propiedades fundamentales que lo caracterizan, distinguiéndolas de aquellas otras ocasionales compartidas con otros objetos matemáticos.

CE03 - Ser capaz de plantear modelos matemáticos para problemas reales, utilizando para resolverlos las herramientas necesarias, interpretando la solución en los mismos términos en que estaba planteado el problema.

CE04 - Comprender y ser capaz de encontrar soluciones a problemas matemáticos en diferentes áreas, utilizando para resolverlos las herramientas analíticas, numéricas o estadísticas disponibles.

CE08 - Formalización y especificación de problemas reales cuya solución requiere el uso de la informática.

CE09 - Capacidad de elegir y usar los métodos analíticos y de modelización relevantes, y de describir una solución de forma abstracta.

CE16 - Conocer y saber utilizar los conceptos y los resultados fundamentales del Cálculo Diferencial e Integral para funciones reales y los fundamentos de la teoría de funciones de una variable compleja.

CE43 - Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo.

CG01 - Capacidad de resolución de problemas aplicando conocimientos de matemáticas, ciencias e ingeniería.

CG02 - Capacidad para el aprendizaje autónomo y la actualización de conocimientos, y reconocimiento de su necesidad en las áreas de la matemática y la informática.

CG03 - Saber trabajar en situaciones carentes de información y bajo presión, teniendo nuevas ideas, siendo creativo.

CG04 - Capacidad de gestión de la información.

CG05 - Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.

CG08 - Capacidad de comunicarse de forma efectiva con los compañeros, usuarios (potenciales) y el público en general acerca de cuestiones reales y problemas relacionados con la especialización elegida.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA8 - Modelizar matemáticamente problemas reales y conocer técnicas para resolverlos.

RA82 - Utilizar los conceptos básicos asociados a las nociones de espacio métrico y espacio topológico: compacidad y conexión

RA78 - Conocer el plano complejo y las funciones complejas elementales. Saber calcular derivadas, las condiciones de Cauchy-Riemann, y las funciones armónicas. Conocer la integración compleja: integrales sobre caminos, teorema de Cauchy y fórmula integral de Cauchy.

RA47 - Ser capaz de demostrar teoremas mediante lógica matemática.

RA79 - Conocer el concepto de función holomorfa, desarrollar en serie de potencias, y conocer los teoremas del módulo máximo y de Liouville. Estudiar las singularidades aisladas y su clasificación mediante las series de Laurent, el teorema de los residuos. Aplicar lo anterior al cálculo de valores propios de integrales reales.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

La teoría de las funciones complejas es un de los campos de la matemática más interesantes y una de las herramientas más útiles e imprescindible en cualquier ingeniería. En este curso se estudia la diferenciación e integración de las funciones complejas de una variable, así como su representación en series de Taylor y de Laurent. Se estudia la teoría de residuos y algunas de sus aplicaciones, como el cálculo de integrales impropias de funciones reales.

### 5.2. Temario de la asignatura

1. El plano complejo y el plano complejo ampliado: Estructura algebraica y topología
  - 1.1. El cuerpo de los números complejos. Módulo y conjugado de un número complejo.
  - 1.2. Forma polar y forma exponencial de un número complejo (fórmula de Euler). Potencias y raíces.
  - 1.3. Topología del plano complejo. Entornos del infinito y topología del plano ampliado
2. La función compleja y su derivada: funciones holomorfas
  - 2.1. Función compleja y funciones multiformes. Límites y continuidad.
  - 2.2. Derivada de una función compleja. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Derivación de las funciones complejas de variable real
  - 2.3. Funciones holomorfas y funciones armónicas.
3. Funciones complejas elementales
  - 3.1. Función exponencial, funciones trigonométricas y funciones hiperbólicas.
  - 3.2. Función logaritmo y sus ramas.
  - 3.3. Funciones potenciales y funciones exponenciales.
  - 3.4. Funciones trigonométricas e hiperbólicas inversas.
4. Integración en el campo complejo: Teoría de Cauchy
  - 4.1. Curvas en el plano complejo
    - 4.1.1. Curvas suaves
    - 4.1.2. Contornos
  - 4.2. Integrales de contorno

- 4.2.1. Integral de funciones sobre curvas suaves
- 4.2.2. Integral de funciones sobre contornos
- 4.2.3. Independencia del contorno. Teorema fundamental del Cálculo
- 4.3. El teorema integral de Cauchy y sus consecuencias
  - 4.3.1. El teorema integral de Cauchy
  - 4.3.2. La fórmula integral de Cauchy
  - 4.3.3. Teoremas de Morera, Liouville, del valor medio de Gauss, principio del módulo máximo y teorema fundamental del Álgebra
- 5. Series infinitas de variable compleja
  - 5.1. Sucesiones y series de números complejos.
  - 5.2. Sucesiones y series de funciones complejas, convergencia puntual y uniforme, criterio M de Weierstrass.
  - 5.3. Series de potencias y series de Taylor: Fórmula de Cauchy-Hadamard, teorema de Taylor, funciones analíticas.
  - 5.4. Series de Laurent: Teorema de Laurent.
- 6. Teoría de los residuos
  - 6.1. Ceros y singularidades. Clasificación de las singularidades en términos de límites. Teorema de Picard.
  - 6.2. Residuos de una función. Teorema de Cauchy de los residuos
  - 6.3. Aplicaciones de la teoría de residuos.

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad presencial en aula	Actividad presencial en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	
2	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	
3	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Tutorías grupales ( resolver dudas y ejercicios)</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Tutorías grupales ( resolver dudas y ejercicios)</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas	<b>Test en Moodle</b> ET: Técnica del tipo Prueba Telemática Evaluación continua No presencial Duración: 00:20
4	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	
5	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	
6	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Tutorías grupales ( resolver dudas y ejercicios)</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Tutorías grupales ( resolver dudas y ejercicios)</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas	<b>Test en Moodle</b> ET: Técnica del tipo Prueba Telemática Evaluación continua No presencial Duración: 00:20
7	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	<b>Examen teoría y problemas</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00
8	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	



9	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	
10	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	
11	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Tutorías grupales ( resolver dudas y ejercicios)</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Tutorías grupales ( resolver dudas y ejercicios)</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas	<b>Test en Moodle</b> ET: Técnica del tipo Prueba Telemática Evaluación continua No presencial Duración: 00:20
12	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	
13	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	
14	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	
15	<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Tutorías grupales ( resolver dudas y ejercicios)</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas		<b>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Tutorías grupales ( resolver dudas y ejercicios)</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas	<b>Test en Moodle</b> ET: Técnica del tipo Prueba Telemática Evaluación continua No presencial Duración: 00:20
16				<b>Examen teoría y problemas</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00
17				<b>Examen teoría y problemas</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 02:00

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación continua

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
3	Test en Moodle	ET: Técnica del tipo Prueba Telemática	No Presencial	00:20	2.5%	/ 10	CG05 CE01 CG01
6	Test en Moodle	ET: Técnica del tipo Prueba Telemática	No Presencial	00:20	2.5%	/ 10	CG05 CE01 CG01
7	Examen teoría y problemas	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	35%	3 / 10	CG01 CG04 CG05 CE02 CE01 CE03 CE09 CE04 CE43 CG03 CE16 CG02
11	Test en Moodle	ET: Técnica del tipo Prueba Telemática	No Presencial	00:20	2.5%	/ 10	CG05 CE01 CG01
15	Test en Moodle	ET: Técnica del tipo Prueba Telemática	No Presencial	00:20	2.5%	/ 10	CG05 CE01 CG01
16	Examen teoría y problemas	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	55%	3 / 10	CE16 CG02 CG01 CG04 CG05 CE02 CE01 CE03 CE09 CE04 CE43

CG03

### 7.1.2. Evaluación sólo prueba final

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen teoría y problemas	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	100%	/ 10	CE16 CG02 CG01 CG04 CG05 CE02 CE01 CE03 CE09 CE04 CE43 CG03

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

No se ha definido la evaluación extraordinaria.

## 7.2. Criterios de evaluación

### CONVOCATORIA ORDINARIA DE ENERO:

Los criterios de evaluación para esta convocatoria se rigen atendiendo a las siguientes modalidades

- **MODALIDAD EVALUACIÓN CONTINUA:** La calificación del alumno correspondiente a esta modalidad será la máxima de las dos siguientes
  1. La media ponderada de los test de Moodle y los dos exámenes escritos (exámenes parciales 1 y 2) con los pesos considerados en la tabla anterior.
  2. La media aritmética de la nota obtenida en los exámenes parciales 1 y 2 (calificados cada uno de ellos sobre 10 puntos)
- **MODALIDAD EVALUACIÓN PRUEBA FINAL:** Consiste en una única prueba escrita que abarca todo el temario.

### CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA DE JULIO

Consiste en una única prueba escrita que abarca todo el temario.

#### NOTA

En todos los casos, el alumno habrá superado la asignatura solamente si su nota es mayor o igual a 5 sobre 10 puntos.

## 8. Recursos didácticos

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Ablowitz, M.J., Fokas, A.S. Complex variables: Introduction and applications, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.	Bibliografía	
Ahlfors, L.V. Complex Analysis, MacGraw-Hill, Singapore, 1979	Bibliografía	
Brown, J.W., Churchill, R.V. Variable compleja y aplicaciones, McGrawHill, Madrid, 2010.	Bibliografía	
Conway, J.B. Functions of one complex variable, Springer-Verlag, New York, 1978.	Bibliografía	
Cordero, M., Gómez, M. Ampliación de Análisis Matemático (Variable compleja y ecuaciones diferenciales), García Maroto Editores, Badajoz, 2008	Bibliografía	
Henrici, P. Applied and computational complex analysis, Vols. I,II,III, Wiley Classics Library, New York,1993.	Bibliografía	
Markushevich, A.I. Theory of functions of a complex variable, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2005.	Bibliografía	
Marsden, J.E., Hoffman, M.J. Basic Complex Analysis, W.H.Freeman, New York, 1999	Bibliografía	

Monterde, I., Montesinos, V. Teoría y problemas resueltos de variable compleja, Ed. Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, 2005	Bibliografía	
Needham, T. Visual complex analysis, Oxford University Press, Oxford, 2000.	Bibliografía	
Saff, E.B., Snider, A.D. Fundamental of complex analysis with applications to Engineering and Science, Pearson Education International, New Jersey, 2003.	Bibliografía	
Wunsch, A.D. Variable compleja con aplicaciones, Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1997.	Bibliografía	
<a href="https://web3.fi.upm.es/AulaVirtual">https://web3.fi.upm.es/AulaVirtual</a>	Recursos web	
<a href="http://usf.usfca.edu/vca//index.html">http://usf.usfca.edu/vca//index.html</a>	Recursos web	
<a href="http://www.mai.liu.se/~halun/complex/">http://www.mai.liu.se/~halun/complex /</a>	Recursos web	
<a href="http://archives.math.utk.edu/software/msdos/complex.variables/.html">http://archives.math.utk.edu/software/msdos/complex.variables/.html</a>	Recursos web	
<a href="http://math.fullerton.edu/mathews/complex.html">http://math.fullerton.edu/mathews/complex.html</a>	Recursos web	
<a href="http://www.dma.fi.upm.es/java/sistemasdinamicos/Newton/">http://www.dma.fi.upm.es/java/sistemasdinamicos/Newton/</a>	Recursos web	
Aula	Equipamiento	
Sala informática con software matemático	Equipamiento	
Aula virtual de la asignatura	Recursos web	

## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura

La situación sanitaria causada por la pandemia COVID-19 ha llevado a la decisión de que la docencia de este semestre esté planteada en modo de presencialidad adaptada, que combinará docencia online en directo (columna "tele-enseñanza" del cronograma) con pruebas de evaluación presenciales.

Si mejoraran las condiciones sanitarias y se pudieran impartir clases presenciales con normalidad, se atenderá a lo indicado en la columna "actividad en el aula".

Si, por otro lado, empeoraran las condiciones sanitarias, las pruebas de evaluación continua presenciales previstas se realizarán de forma online, sin necesidad de modificar esta guía.