



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros  
Industriales

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

**ASIGNATURA**

**55000008 - Calculo II**

**PLAN DE ESTUDIOS**

05TI - Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

**CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE**

2020/21 - Segundo semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	3
6. Cronograma.....	5
7. Actividades y criterios de evaluación.....	8
8. Recursos didácticos.....	9
9. Otra información.....	11

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	55000008 - Calculo II
<b>No de créditos</b>	6 ECTS
<b>Carácter</b>	Básica
<b>Curso</b>	Primer curso
<b>Semestre</b>	Segundo semestre
<b>Período de impartición</b>	Febrero-Junio
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	05TI - Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales
<b>Centro responsable de la titulación</b>	05 - Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales
<b>Curso académico</b>	2020-21

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías *</b>
M. Angeles Rincon Ortega		angeles.rincon@upm.es	Sin horario. Consultar horario con la profesora
Bernardo De La Calle Ysern		bernardo.delacalle@upm.es	Sin horario. Consultar horario con el profesor

Pablo Gomez Mourelo (Coordinador/a)		pablo.gomez.mourelo@upm. es	Sin horario. Consultar horario con el profesor.
Maria Dolores Barrios Rolania		dolores.barrios.rolania@upm .es	Sin horario. Consultar horario con la profesora.

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

### 3. Conocimientos previos recomendados

---

#### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Calculo I
- Algebra

#### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

- Geometría analítica, trigonometría, combinatoria y funciones elementales.

### 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

#### 4.1. Competencias

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; optimización.

CG1 - Conocer y aplicar conocimientos de ciencias y tecnologías básicas a la práctica de la Ingeniería Industrial.

CG10 - Capacidad para generar nuevas ideas (Creatividad).

CG2 - Poseer capacidad para diseñar, desarrollar, implementar, gestionar y mejorar productos, sistemas y procesos en los distintos ámbitos industriales, usando técnicas analíticas, computacionales o experimentales apropiadas.

CG3 - Aplicar los conocimientos adquiridos para identificar, formular y resolver problemas dentro de contextos amplios y multidisciplinarios, siendo capaces de integrar conocimientos, trabajando en equipos multidisciplinarios.

CG6 - Poseer habilidades de aprendizaje que permitan continuar estudiando a lo largo de la vida para su adecuado desarrollo profesional.

CG7 - Incorporar nuevas tecnologías y herramientas de la Ingeniería Industrial en sus actividades profesionales.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA239 - Capacidad para expresar en lenguaje matemático problemas provenientes del mundo físico y la ingeniería.

RA240 - Capacidad para obtener resultados numéricos que permitan una mejor comprensión e interpretación de los fenómenos naturales relacionados con los distintos campos de la ingeniería industrial.

RA241 - Habilidad para la aplicación de métodos analíticos a la resolución de problemas técnicos conocidos que han aparecido en otras materias.

RA230 - Capacidad de abstracción.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

"Cálculo II" es una asignatura de carácter básico centrada en el estudio de funciones reales de varias variables. En ella se extienden los conceptos y resultados de la asignatura "Cálculo I" a funciones de varias variables.

"Cálculo II" pretende dotar a los alumnos de los conocimientos matemáticos necesarios para analizar, modelar y resolver problemas de la realidad.

## 5.2. Temario de la asignatura

### 1. El espacio $\mathbb{R}^n$ . Funciones de varias variables.

1.1. El espacio  $\mathbb{R}^n$ . Producto escalar y norma euclídea. Desigualdades de Schwarz y Minkowski. Topología básica de  $\mathbb{R}^n$ .

#### 1.2.

1.2.1. Representación gráfica de funciones de varias variables. Ecuaciones paramétricas e implícitas de curvas y superficies.

1.2.2. Conjuntos de nivel. Límites y continuidad: propiedades elementales. Conjuntos compactos y conjuntos conexos por arcos. Valores extremos de una función continua en un compacto.

### 2. Funciones diferenciables (I).

2.1. Derivada según un vector. Derivadas parciales. Curva envolvente.

2.2. Aproximación lineal. Función diferenciable y plano tangente. Matriz jacobiana. Funciones de clase  $C^1$ .

2.3. Regla de la cadena. Derivación de funciones definidas por integrales y fórmula de Leibniz

2.4. Gradiente de una función y derivada direccional máxima. Relación entre gradiente y conjuntos de nivel. Teorema del valor medio.

### 3. Funciones diferenciables (II).

3.1. Derivadas sucesivas. Igualdad de derivadas cruzadas. Funciones de clase  $C^k$ . Matriz hessiana. Fórmula de Taylor de orden 2 con resto infinitesimal

3.2. Ecuaciones de Laplace, del calor y de ondas.

3.3. Teorema de las aplicaciones inversa e implícita.

### 4. Cálculo de extremos.

4.1. Extremos libres. Puntos estacionarios. Condiciones necesarias de extremo local.

4.2. Formas cuadráticas. Criterio de Sylvester. Condición suficiente de extremo local.

4.3. Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange.

### 5. Integral múltiple.

5.1. Integral doble y triple. Interpretación geométrica. Propiedades. Conjuntos proyectables. Teorema de Fubini.

5.2. Cambio de variables. Jacobiano como factor de dilatación o contracción. Coordenadas polares, elípticas, cilíndricas y esféricas.

5.3. Cálculo de áreas y volúmenes. Momentos de inercia y centros de masa. Teorema de Guldin.

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad presencial en aula	Actividad presencial en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p><b>Desarrollo del punto 1.1. del temario.</b> <b>Teoría.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo del punto 1.1. del temario.</b> <b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
2	<p><b>Desarrollo del punto 1.2. del temario.</b> <b>Teoría.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo del punto 1.2. del temario.</b> <b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
3	<p><b>Desarrollo del punto 2.1. del temario.</b> <b>Teoría.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo del punto 2.1. del temario.</b> <b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
4	<p><b>Desarrollo del punto 2.2. del temario.</b> <b>Teoría.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo del punto 2.2. del temario.</b> <b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
5	<p><b>Desarrollo del punto 2.3. del temario.</b> <b>Teoría.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo del punto 2.3. del temario.</b> <b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			

6	<p><b>Desarrollo del punto 2.4. del temario. Teoría.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo del punto 2.4. del temario. Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Desarrollo del punto 3.1. del temario. Teoría.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo del punto 3.1. del temario. Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Prueba tipo test</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:30</p>
7	<p><b>Desarrollo del punto 3.1. del temario. Teoría.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo del punto 3.1. del temario. Resolución de ejercicios.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
8	<p><b>Desarrollo del punto 3.2. del temario. Teoría.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo del punto 3.2. del temario. Resolución de ejercicios.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
9	<p><b>Desarrollo del punto 3.3. del temario. Teoría.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo del punto 3.3. del temario. Resolución de ejercicios.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
10	<p><b>Desarrollo de los puntos 4.1. y 4.2. del temario. Teoría.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo de los puntos 4.1. y 4.2. del temario. Resolución de ejercicios.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Prueba con cuestiones tipo test y/o de desarrollo.</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:30</p>



11	<p><b>Desarrollo de los puntos 4.3. del temario. Teoría.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo de los puntos 4.3. del temario. Resolución de ejercicios.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
12	<p><b>Desarrollo del punto 5.1. del temario. Teoría.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo del punto 5.1. del temario. Resolución de ejercicios.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
13	<p><b>Desarrollo del punto 5.2. del temario. Teoría.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo del punto 5.2. del temario. Resolución de ejercicios.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
14	<p><b>Desarrollo del punto 5.3. del temario. Teoría.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo del punto 5.3. del temario. Resolución de ejercicios.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
15				
16				
17				<p><b>Prueba con cuestiones tipo test y/o de desarrollo. Su fecha coincide con la del examen final.</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:15</p> <p><b>Prueba con cuestiones tipo test y/o de desarrollo.</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 02:45</p>

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación continua

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
6	Prueba tipo test	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:30	15%	/ 10	CG10 CG1
10	Prueba con cuestiones tipo test y/o de desarrollo.	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:30	25%	/ 10	CG10 CG1 CE1
17	Prueba con cuestiones tipo test y/o de desarrollo. Su fecha coincide con la del examen final.	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:15	60%	/ 10	CG6 CG7 CE1 CG10 CG1 CG2 CG3

#### 7.1.2. Evaluación sólo prueba final

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Prueba con cuestiones tipo test y/o de desarrollo.	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:45	100%	5 / 10	CG6 CG7 CE1 CG10 CG3 CG1 CG2

#### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

No se ha definido la evaluación extraordinaria.

## 7.2. Criterios de evaluación

1. Cada alumno puede escoger entre ser evaluado mediante "evaluación continua" o mediante "examen final". Estos dos procedimientos de evaluación son excluyentes; es decir, cada alumno será evaluado **únicamente** por uno de los dos procedimientos.
2. La selección entre "evaluación continua" y "evaluación mediante examen final" se realizará del siguiente modo: **los alumnos que se presenten a la PEC1 quedarán asignados automáticamente a la "evaluación continua"; los alumnos restantes quedarán asignados a la "evaluación mediante examen final"**.
3. En todas las pruebas de evaluación (ya sean de evaluación continua o de examen final) los alumnos deben presentar todas las hojas de su examen identificadas con nombre completo y número de matrícula, incluso aunque hubieran dejado las respuestas en blanco.
4. El examen se debe escribir con tinta indeleble. En caso contrario, no se considerará válido.
5. El cronograma y las duraciones de los exámenes que figuran en esta guía son orientativos y pueden ser modificados por el profesorado durante el curso en función de las necesidades docentes y de las necesidades de cada prueba de evaluación.

## 8. Recursos didácticos

---

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Problemas de Cálculo II.	Recursos web	A comienzo del curso se ponen a disposición de los alumnos enunciados de problemas de todos los temas de la asignatura en la plataforma Moodle.

Problemas de examen de los últimos cursos	Recursos web	En la plataforma Moodle están resueltos problemas de examen (así como los propuestos en las evaluaciones continuas) correspondientes a los cursos pasados.
Minivideos docentes aplicados a la enseñanza de las matemáticas	Recursos web	Videos de corta duración tanto de teoría como de problemas realizados por profesores del departamento y alojados en <a href="http://minivideos.industriales.upm.es/index.html">http://minivideos.industriales.upm.es/index.html</a> .
Cálculo Vectorial. Marsden J. y Tromba A.	Bibliografía	
Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático. Courant R. y John F	Bibliografía	
Cálculo varias variables. Rogawski J.	Bibliografía	
Cálculo de varias variables. Zill D. y Wright W.	Bibliografía	
Cálculo Infinitesimal de varias variables. Burgos, Juan de	Bibliografía	
Calculus (tomo 2), S.L. Salas y E. Hille.	Bibliografía	
Cálculo (Vol. II), Larson, R., Hostettler, R.P., Edwards, B.H.	Bibliografía	
Calculus. A Complete Course. R. A. Adams, C. Essex	Bibliografía	

## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura

Las fechas de las pruebas de evaluación serán las publicadas en el POD oficial de la ETSII.

Todas las indicaciones de esta guía están sujetas a la evolución de la pandemia causada por la COVID-19.