



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros  
Industriales

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**55001083 - El Método De Los Elementos Finitos En Ingenieria**

### PLAN DE ESTUDIOS

05TI - Grado En Ingenieria En Tecnologias Industriales

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2021/22 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	3
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	9
8. Recursos didácticos.....	11
9. Otra información.....	11

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	55001083 - El Método de los Elementos Finitos en Ingeniería
<b>No de créditos</b>	4.5 ECTS
<b>Carácter</b>	Optativa
<b>Curso</b>	Cuarto curso
<b>Semestre</b>	Séptimo semestre
<b>Período de impartición</b>	Septiembre-Enero
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	05TI - Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales
<b>Centro responsable de la titulación</b>	05 - Escuela Técnica Superior De Ingenieros Industriales
<b>Curso académico</b>	2021-22

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías</b> *
Pedro Galan Del Sastre (Coordinador/a)	Matemáticas	pedro.galan@upm.es	M - 09:30 - 11:30 X - 09:30 - 10:30 X - 12:30 - 13:30 J - 11:30 - 13:30

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Conocimientos previos recomendados

---

### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Ecuaciones En Derivadas Parciales Y Análisis De Fourier
- Fundamentos De Programacion
- Ampliacion De Calculo
- Ecuaciones Diferenciales
- Matematicas De La Especialidad Matemática Industrial

### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

CE22I - Capacidad de comprender y utilizar en la práctica el Método de los Elementos Finitos.

CG1 - Conocer y aplicar conocimientos de ciencias y tecnologías básicas a la práctica de la Ingeniería Industrial.

CG10 - Capacidad para generar nuevas ideas (Creatividad).

CG3 - Aplicar los conocimientos adquiridos para identificar, formular y resolver problemas dentro de contextos amplios y multidisciplinarios, siendo capaces de integrar conocimientos, trabajando en equipos multidisciplinares.

CG5 - Saber comunicar los conocimientos y conclusiones, de forma oral, escrita y gráfica, a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.

CG6 - Poseer habilidades de aprendizaje que permitan continuar estudiando a lo largo de la vida para su adecuado desarrollo profesional.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA259 - Desarrollar una habilidad razonable para manejar Matlab que es una herramienta informática muy útil en todo este tipo de problemas.

RA256 - Plantear en términos matemáticos problemas físicos y de ingeniería.

RA261 - Aprender a interpretar los resultados obtenidos por los métodos numéricos.

RA258 - Interpretar en términos físicos los resultados obtenidos y ser capaz de extraer consecuencias y de realizar predicciones en base a esos resultados.

RA260 - Adquirir un conocimiento de la estructura, la metodología y la forma de construir los grandes códigos informáticos comerciales que se emplean en oficinas de proyectos.

RA257 - Resolver numéricamente (de forma aproximada) problemas cuya solución analítica es imposible o demasiado costosa. Evaluar el alcance de las aproximaciones.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

La asignatura se ocupa de la aplicación de los métodos numéricos para resolver problemas de la ingeniería industrial que previamente se han formulado en términos de ecuaciones diferenciales. Los objetivos de la asignatura son los siguientes:

- Construir y analizar algunos algoritmos numéricos para resolver problemas matemáticos formulados en ecuaciones en derivadas parciales.

- Utilización del ordenador como herramienta de cálculo en la resolución de problemas.

La herramienta principal que se estudiará en la asignatura es el Método de Elementos Finitos (MEF). En la asignatura se desarrollará la teoría necesaria para entender correctamente este método y se prestará especial atención a la implementación del método utilizando como entorno de trabajo MatLab.

## 5.2. Temario de la asignatura

1. Interpolación a trozos por elementos finitos en un intervalo de la recta real
  - 1.1. Partición del intervalo. El espacio de elementos finitos asociado a una partición
  - 1.2. Bases elementales y globales. Elemento de referencia. Representación global del polinomio de interpolación a trozos
  - 1.3. Fórmula de error del polinomio de interpolación a trozos
2. Interpolación en el plano por elementos finitos conformes
  - 2.1. Partición del dominio en triángulos o cuadriláteros. Polinomio de interpolación de Lagrange en un triángulo o cuadrilátero
  - 2.2. El espacio de elementos finitos asociado a una partición. Elementos de referencia. Bases en los elementos de referencia. Bases locales y globales
  - 2.3. Fórmula de error del polinomio de interpolación
3. Integración numérica en el plano
  - 3.1. Reglas de cuadratura en un dominio rectangular: trapecios, Simpson
  - 3.2. Reglas de cuadratura de Gauss-Legendre en elementos de tipo cuadrilátero
  - 3.3. Reglas de cuadratura de Gauss-Legendre en elementos de tipo triángulo
4. Ecuaciones en Derivadas Parciales lineales de segundo orden. Marco funcional
  - 4.1. Problemas elípticos, parabólicos e hiperbólicos: algunos ejemplos en física e ingeniería
  - 4.2. Derivada débil. Los espacios funcionales
  - 4.3. Solución clásica. Solución débil. Forma bilineal y funcional lineal asociado a la formulación débil. Existencia y unicidad de solución débil
5. Problemas elípticos. Resolución numérica mediante el método de elementos finitos
  - 5.1. Formulación de la solución de elementos finitos. Formulación matricial
  - 5.2. Error de la solución de elementos finitos
  - 5.3. Resolución numérica del problema elíptico
  - 5.4. Aplicaciones: problemas estacionarios de transmisión del calor y elastostática
6. Problemas parabólicos. Resolución numérica mediante el método de elementos finitos
  - 6.1. El problema parabólico modelo: la ecuación del calor
  - 6.2. Solución clásica y solución débil. Propiedades

- 6.3. Discretización temporal: método de Euler, Crank-Nicolson
- 6.4. Estabilidad de la solución numérica. Error de la solución de elementos finitos
- 6.5. Resolución numérica de la ecuación del calor
- 7. Problemas hiperbólicos. Resolución numérica mediante el método de elementos finitos
  - 7.1. El problema hiperbólico modelo: la ecuación de ondas
  - 7.2. Solución clásica y solución débil. Propiedades
  - 7.3. Discretización de la derivada temporal por esquemas explícitos y por el esquema de Newmark
  - 7.4. Estabilidad de la solución numérica. Error de la solución numérica
  - 7.5. Resolución numérica de la ecuación de ondas
  - 7.6. Aplicaciones: el problema de la elastodinámica
- 8. Otras aplicaciones del método de elementos finitos
  - 8.1. Aplicación al flujo fluido viscoso: el problema de Stokes
  - 8.2. Introducción al método de elementos finitos en problemas no lineales

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad presencial en aula	Actividad presencial en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 1</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
2	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 1</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
3	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 2</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 2</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
4	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 2</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	<b>Práctica de computación científica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		<b>Evaluación práctica de computación científica</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00
	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 3</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
5	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 3</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 3</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
6	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 4</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 4</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			



7	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 4</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 4</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Práctica de computación científica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Evaluación práctica de computación científica</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
8	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 5</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Realización de una prueba escrita individual</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
9	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 5</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
10	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 6</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 6</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
11	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 6</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 6</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Práctica de computación científica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Evaluación práctica de computación científica</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
12	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 7</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 7</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
13	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 7</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 7</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
14	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 8</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 8</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Entrega de trabajo escrito</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua No presencial Duración: 00:00</p> <p><b>Realización de una prueba escrita individual</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>

15				
16				
17				<b>Examen final</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 02:00

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación continua

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
4	Evaluación práctica de computación científica	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	5%	0 / 10	CG1 CG10 CG3 CG6
7	Evaluación práctica de computación científica	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	5%	0 / 10	CG1 CG10 CG3 CG6
8	Realización de una prueba escrita individual	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	30%	0 / 10	CG1 CG10 CG3 CE22I CG6
11	Evaluación práctica de computación científica	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	10%	0 / 10	CG3 CE22I CG6 CG1 CG10
14	Entrega de trabajo escrito	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	No Presencial	00:00	10%	0 / 10	CG1 CG10 CG5 CG3 CE22I CG6
14	Realización de una prueba escrita individual	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	40%	0 / 10	CG1 CG10 CG5 CG3 CE22I CG6

#### 7.1.2. Evaluación sólo prueba final

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen final	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	100%	5 / 10	CG1 CG10 CG5 CG3 CE22I CG6

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

No se ha definido la evaluación extraordinaria.

## 7.2. Criterios de evaluación

La evaluación continua consta de dos partes:

- Un 70% correspondiente a dos pruebas parciales escritas que se realizan a lo largo del curso cuyo contenido se refiere a la materia explicada hasta el momento de su realización. Se evaluarán tanto contenidos teóricos como prácticos de la asignatura.
- Un 30% correspondiente con la entrega de trabajos escritos y a la realización de prácticas de computación científica.

La evaluación por examen final consta de un examen escrito global único referido al contenido total de la asignatura que se especifica en su temario.

## 8. Recursos didácticos

---

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Apuntes de teoría sobre la asignatura	Bibliografía	El profesor proporcionará, a través de la plataforma Moodle, apuntes de teoría producidos por los profesores de la asignatura sobre la mayor parte de los contenidos de la asignatura. 
Material sobre Matlab	Bibliografía	El profesor proporcionará, a través de la plataforma Moodle, material sobre Matlab que permita que el alumno se inicie en la programación en este lenguaje.
Bibliografía	Bibliografía	El profesor proporcionará referencias a libros en los que se puede completar y expandir los contenidos vistos en clase.

## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura

La modalidad de docencia a impartir se corresponderá en cada momento con lo que establezca la normativa/legislación vigente.