



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros de  
Telecomunicacion

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

**ASIGNATURA**

**9500002 - Calculo**

**PLAN DE ESTUDIOS**

09TT - Grado En Ingenieria De Tecnologias Y Servicios De Telecomunicacion

**CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE**

2021/22 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

|  |    |
|--|----|
| 1. Datos descriptivos.....                       | 1  |
| 2. Profesorado.....                              | 1  |
| 3. Competencias y resultados de aprendizaje..... | 2  |
| 4. Descripción de la asignatura y temario.....   | 3  |
| 5. Cronograma.....                               | 5  |
| 6. Actividades y criterios de evaluación.....    | 7  |
| 7. Recursos didácticos.....                      | 9  |
| 8. Otra información.....                         | 11 |

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

|  |   |
|--|---|
| <b>Nombre de la asignatura</b>             | 95000002 - Calculo  |
| <b>No de créditos</b>                      | 6 ECTS  |
| <b>Carácter</b>                            | Básica  |
| <b>Curso</b>                               | Primer curso  |
| <b>Semestre</b>                            | Primer semestre   |
| <b>Período de impartición</b>              | Septiembre-Enero  |
| <b>Idioma de impartición</b>               | Inglés/Castellano   |
| <b>Titulación</b>                          | 09TT - Grado en Ingenieria de Tecnologias y Servicios de Telecomunicacion |
| <b>Centro responsable de la titulación</b> | 09 - Escuela Tecnica Superior De Ingenieros De Telecomunicacion           |
| <b>Curso académico</b>                     | 2021-22   |

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

| <b>Nombre</b>                  | <b>Despacho</b> | <b>Correo electrónico</b>           | <b>Horario de tutorías *</b> |
|--------------------------------|-----------------|-------------------------------------|------------------------------|
| Valentin De La Rubia Hernandez | A-313           | valentin.delarubia@upm.es           | Sin horario.                 |
| Miguel Angel Hernandez Medina  | A-302.3         | miguelangel.hernandez.medina@upm.es | Sin horario.                 |

|  |       |                        |              |
|--|-------|------------------------|--------------|
| Ricardo Riaza Rodriguez<br>(Coordinador/a) | A-316 | ricardo.riaza@upm.es   | Sin horario. |
| Robin Banerjee Fernandez-<br>Bordas        | A-124 | robin.banerjee@upm.es  | Sin horario. |
| Jose Ramon Lopez Llana                     | A-205 | joseramon.lopez@upm.es | Sin horario. |
| Alberto Eduardo Soria<br>Marina            | A-315 | alberto.soria@upm.es   | Sin horario. |

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

### 3. Competencias y resultados de aprendizaje

---

#### 3.1. Competencias

CEB1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización

CG1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio

CG2 - Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio

CG5 - Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

## 3.2. Resultados del aprendizaje

RA40 - Poseer habilidad en el cálculo diferencial e integral de funciones.

RA33 - Comprender las ventajas y el alcance del lenguaje matemático en la descripción de los problemas de las técnicas.

RA38 - Adquirir destreza en el cálculo y manejo de funciones reales de una o varias variables reales.

RA39 - Saber trabajar con funciones definidas por series y analizar su convergencia.

RA32 - Reconocer la importancia del razonamiento abstracto y la necesidad de trasladar los problemas de ingeniería a formulaciones matemáticas.

## 4. Descripción de la asignatura y temario

---

### 4.1. Descripción de la asignatura

La asignatura de Cálculo proporciona a los estudiantes los conocimientos básicos y esenciales sobre números reales y complejos, funciones reales de una variable real, cálculo diferencial e integral en una variable y sucesiones y series numéricas y funcionales necesarios para su formación como ingenieros.

Se asumirá que los alumnos han asimilado los conocimientos de pre-cálculo impartidos en bachillerato. Se supondrá, en particular, que habrán adquirido previamente un conocimiento básico sobre las propiedades elementales de las funciones reales de una variable real en lo relativo a su representación gráfica, derivación y cálculo de primitivas.

## 4.2. Temario de la asignatura

1. Números reales y complejos/Real and complex numbers
  - 1.1. Números reales/Real numbers
  - 1.2. Números complejos/Complex numbers
2. Funciones reales de una variable real: continuidad y límites/Continuous functions. Limits
  - 2.1. Funciones reales elementales/Elementary real functions
  - 2.2. Continuidad/Continuity
  - 2.3. Límites/Limits
3. Derivación. Extremos/Differentiation. Extrema
  - 3.1. Derivación/Derivatives
  - 3.2. Polinomio de Taylor/Taylor polynomial
  - 3.3. Extremos/Extrema
4. Sucesiones y series numéricas/Numerical sequences and series
  - 4.1. Sucesiones numéricas/Numerical sequences
  - 4.2. Series numéricas/Numerical series
5. Sucesiones y series funcionales/Functional sequences and series
  - 5.1. Sucesiones y series funcionales/Functional sequences and series
  - 5.2. Series de potencias/Power series
6. Integración/Integration
  - 6.1. Integral de Riemann. Aplicaciones/The Riemann integral. Applications
  - 6.2. Integrales indefinidas. Teorema fundamental del Cálculo/Indefinite integrals. Fundamental theorem of Calculus
  - 6.3. Integrales impropias/Improper integrals

## 5. Cronograma

### 5.1. Cronograma de la asignatura \*

| Sem | Actividad presencial en aula  | Actividad presencial en laboratorio | Tele-enseñanza  | Actividades de evaluación  |
|-----|---|-------------------------------------|---|--|
| 1   | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  |
| 2   | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  |
| 3   | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  |
| 4   | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  |
| 5   | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  |
| 6   | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  |
| 7   | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral | <b>Prueba 1A (octubre/noviembre). Test temas 1, 2 y 3</b><br>EX: Técnica del tipo Examen Escrito<br>Evaluación continua<br>Presencial<br>Duración: 01:00 |
| 8   | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  |
| 9   | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  |
| 10  | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  |
| 11  | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  |
| 12  | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  |
| 13  | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                                     | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  |

|    |   |  |   |   |
|----|---|--|---|---|
| 14 | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |   |
| 15 | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |  | <b>Lección magistral</b><br>Duración: 02:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |   |
| 16 |   |  |   |   |
| 17 |   |  |   | <p><b>Prueba 2 (enero). Examen</b><br/>EX: Técnica del tipo Examen Escrito<br/>Evaluación continua<br/>Presencial<br/>Duración: 03:00</p> <p><b>Prueba 1B (enero). Re-evaluación opcional de los temas 1, 2 y 3 (test).</b><br/>EX: Técnica del tipo Examen Escrito<br/>Evaluación continua<br/>Presencial<br/>Duración: 01:00</p> <p><b>Prueba final (enero). Coincidirá con las pruebas 1B y 2.</b><br/>EX: Técnica del tipo Examen Escrito<br/>Evaluación sólo prueba final<br/>Presencial<br/>Duración: 04:00</p> |

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 6. Actividades y criterios de evaluación

### 6.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 6.1.1. Evaluación continua

| Sem. | Descripción   | Modalidad                                    | Tipo       | Duración | Peso en la nota | Nota mínima | Competencias evaluadas    |
|------|---|--|------------|----------|-----------------|-------------|---------------------------|
| 7    | Prueba 1A (octubre/noviembre).<br>Test temas 1, 2 y 3                         | EX: Técnica<br>del tipo<br>Examen<br>Escrito | Presencial | 01:00    | 25%             | / 10        | CEB1<br>CG1<br>CG5<br>CG2 |
| 17   | Prueba 2 (enero). Examen  | EX: Técnica<br>del tipo<br>Examen<br>Escrito | Presencial | 03:00    | 75%             | / 10        | CEB1<br>CG1<br>CG5<br>CG2 |
| 17   | Prueba 1B (enero). Re-evaluación<br>opcional de los temas 1, 2 y 3<br>(test). | EX: Técnica<br>del tipo<br>Examen<br>Escrito | Presencial | 01:00    | 25%             | / 10        | CEB1<br>CG1<br>CG5<br>CG2 |

#### 6.1.2. Evaluación sólo prueba final

| Sem | Descripción   | Modalidad                                    | Tipo       | Duración | Peso en la nota | Nota mínima | Competencias evaluadas    |
|-----|---|--|------------|----------|-----------------|-------------|---------------------------|
| 17  | Prueba final (enero). Coincidirá con<br>las pruebas 1B y 2. | EX: Técnica<br>del tipo<br>Examen<br>Escrito | Presencial | 04:00    | 100%            | / 10        | CEB1<br>CG1<br>CG5<br>CG2 |

#### 6.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

| Descripción | Modalidad                                 | Tipo       | Duración | Peso en la nota | Nota mínima | Competencias evaluadas    |
|-------------|---|------------|----------|-----------------|-------------|---------------------------|
| Examen      | EX: Técnica del<br>tipo Examen<br>Escrito | Presencial | 04:00    | 100%            | / 10        | CEB1<br>CG1<br>CG5<br>CG2 |

## 6.2. Criterios de evaluación

Los estudiantes serán evaluados, por defecto, mediante evaluación continua, según los criterios especificados más adelante. El estudiante que desee renunciar a la evaluación continua y optar a la evaluación por prueba final (formada por las pruebas 2 y 1B especificadas en los párrafos siguientes) podrá hacerlo y bastará para ello con no presentarse a la prueba 1A referida más adelante, no siendo necesario formalizar dicha decisión por escrito. La fecha límite para tomar esta decisión por parte del estudiante es por tanto la de la propia prueba 1A.

La evaluación comprobará si los estudiantes han adquirido las competencias de la asignatura. Por tanto, la evaluación mediante prueba final usará los mismos tipos de técnicas evaluativas que se usan en la evaluación continua, y se realizarán en las fechas y horas de evaluación final aprobadas por la Junta de Escuela para el presente curso y semestre.

### Convocatoria ordinaria: modalidad evaluación continua

La calificación de la asignatura mediante evaluación continua se determinará de la forma siguiente:

**Prueba 1A. Test temas 1, 2 y 3 (25% de la nota final): octubre/noviembre** (la fecha se fija en la programación docente de Junta de Escuela). Esta prueba será común a todos los alumnos de evaluación continua y supondrá el **25% de la calificación final de los alumnos que no se presenten a la prueba 1B.**

**Prueba 2. Examen (75% de la nota final): enero.** Esta prueba será común a todos los alumnos de la asignatura y supondrá en todos los casos el **75% de su nota final.** Constará de un test sobre los temas 4, 5 y 6 (25% de la nota final) y de dos problemas, el primero de ellos sobre los temas 1, 2 y 3 (25% de la nota final) y el segundo sobre los temas 4, 5 y 6 (25% de la nota final)

**Prueba 1B. Test de re-evaluación de los temas 1, 2 y 3 (25% de la nota final): enero.** Esta prueba, de carácter opcional para los alumnos de evaluación continua, se celebrará inmediatamente después de la prueba 2. Los alumnos que se presentaron a la prueba 1A podrán presentarse a la prueba 1B para intentar mejorar su calificación, pero deberán acreditar un rendimiento mínimo en la prueba 1B. Su calificación (en lo relativo al 25% correspondiente al test de los temas 1-3) será la mayor de las obtenidas en las pruebas 1A y 1B, excepto si no se alcanzara un rendimiento mínimo de 4 puntos sobre 10 (o 1 punto sobre 2,5) en la prueba 1B, en cuyo caso esa calificación será la de la prueba 1B.

### Convocatoria ordinaria: modalidad evaluación mediante una única prueba final (enero):

La calificación de los alumnos que no se presenten a la prueba 1A se otorgará mediante un examen final constituido por las pruebas 1B y 2 referidas anteriormente.

### Convocatoria extraordinaria (julio):

En convocatoria extraordinaria, la calificación se otorgará mediante un examen final con una estructura análoga a la de la prueba final de la convocatoria ordinaria.

### REVISIÓN DE PRUEBAS DE EVALUACIÓN:

En ninguna de las convocatorias se revisarán pruebas de evaluación al margen del procedimiento que determine el tribunal o en fecha u hora distintas a las que éste fije, ni se contemplará la inasistencia del alumno a la revisión sin que decaiga en su derecho a la misma. Las únicas excepciones a lo anterior serán las causas legalmente establecidas para ello, incluyendo las mismas causas que justifican la inasistencia a un examen, o las que el tribunal pudiera indicar explícitamente al publicar el procedimiento de revisión junto con las calificaciones provisionales de cada prueba o convocatoria.

## 7. Recursos didácticos

---

### 7.1. Recursos didácticos de la asignatura

| Nombre              | Tipo  | Observaciones  |
|---------------------|-------|--|
| Hojas de ejercicios | Otros | Se pondrá a disposición de todos los estudiantes de la asignatura una colección común de problemas resueltos clasificados por temas. |

|   |              |  |
|---|--------------|--|
| S. L. Salas, E. Hille y G. J. Etgen, Calculus, Volumen I, 4ª edición española (traducción de la 8ª edición en inglés), Reverté, 2002. | Bibliografía | Bibliografía básica  |
| M. Spivak, Calculus, Cálculo Infinitesimal, 2ª ed., Reverté, 1996.  | Bibliografía | Bibliografía básica. Cualquiera de los dos textos básicos (Salas/Spivak) permite seguir enteramente los contenidos de la asignatura.   |
| S. Abbott, Understanding Analysis, Springer, 2001.  | Bibliografía | Bibliografía complementaria  |
| J. Burgos, Cálculo infinitesimal en una variable, 2ªed., McGraw Hill, 2007.   | Bibliografía | Bibliografía complementaria  |
| F. Galindo, H. Sanz y L. A. Tristán, Guía práctica de Cálculo infinitesimal en una variable real, Thomson Paraninfo, 2003.            | Bibliografía | Bibliografía complementaria  |
| S. R. Ghorpade and B. V. Limaye, A course in Calculus and Real Analysis, Springer-Verlag, 2006.                                       | Bibliografía | Bibliografía complementaria  |
| R. Larson y B. H. Edwards, Cálculo de una variable, 9ª edición en español, McGraw Hill, 2010.   | Bibliografía | Bibliografía complementaria  |
| D. Pestana et al., Curso práctico de Cálculo y Pecálculo, Ariel, 2000.  | Bibliografía | Bibliografía complementaria  |
| R. Riaza, Problemas de Cálculo en una variable, Servicio de Publicaciones ETSIT, 2012.  | Bibliografía | Bibliografía complementaria  |
| G. Strang, Calculus, Wellesley-Cambridge Press, 1991:   | Bibliografía | Bibliografía complementaria.<br /> <a href="http://ocw.mit.edu/resources/res-18-001-calculus-online-textbook-spring-2005/textbook/">http://ocw.mit.edu/resources/res-18-001-calculus-online-textbook-spring-2005/textbook/</a> |
| Moodle  | Recursos web | <a href="http://moodle.upm.es/titulaciones/oficiales/course/view.php?id=6648">http://moodle.upm.es/titulaciones/oficiales/course/view.php?id=6648</a>  |

|       |       |   |
|-------|-------|---|
| Otros | Otros | Se hará uso de otros recursos didácticos en el caso de que la situación sanitaria conlleve que la asignatura se imparta total o parcialmente en las modalidades semipresencial u online. Se informará de estos recursos al alumnado a principio de curso. |
|-------|-------|---|

## 8. Otra información

---

### 8.1. Otra información sobre la asignatura

La planificación de todas las actividades, incluidas las de evaluación, se entiende supeditada a la evolución de la pandemia asociada al coronavirus. Por ello, la planificación temporal, el carácter presencial/semipresencial/remoto, etc. de dichas actividades podrán ser objeto de revisión si la situación sanitaria así lo aconsejara.

El **tablón de anuncios oficial** será el espacio Moodle Cálculo-General, común a todos los alumnos matriculados en la asignatura.

**ODS:** por el carácter transversal de las matemáticas y su ubicuidad en la ingeniería, las competencias adquiridas en esta asignatura serán de utilidad en todo lo relativo al diseño de infraestructuras y sistemas de telecomunicación (**ODS 9**). Por otra parte, el cálculo diferencial y las técnicas de optimización se utilizan de forma exhaustiva en el modelado, análisis y optimización de multitud de sistemas: a través de distintos ejemplos y problemas se mostrará cómo diversas herramientas propias de la asignatura se emplean en el modelado de sistemas biológicos (**ODS 3**), climatológicos (**ODS 13**) o de ecosistemas (**ODSs 14 y 15**), y en la optimización de recursos hídricos (**ODS 6**) o energéticos (**ODS 7**).

Los **indicadores de logro** esenciales de la asignatura son los siguientes.

1. Conocer el concepto y saber identificar los números naturales, enteros, racionales e irracionales. Manejar algunos de los conceptos fundamentales de los números reales, incluyendo las nociones de intervalo, conjunto acotado, supremo, ínfimo, máximo y mínimo, conjunto abierto, conjunto cerrado. Saber razonar empleando desigualdades y valores absolutos.
2. Saber resolver problemas que involucren el manejo de las propiedades fundamentales de los números complejos: operaciones algebraicas elementales, potencias y raíces naturales, formas de representación.
3. Conocer las funciones reales elementales (polinómicas, racionales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas -y sus inversas-, hiperbólicas). Resolver problemas que involucren el uso de las propiedades fundamentales de las mismas.
4. Saber analizar la continuidad de las funciones reales de una variable real, directamente y en relación con el concepto de límite; cálculo de límites (incluyendo límites infinitos y en el infinito); teoremas de los ceros o de Bolzano, de los valores intermedios y del punto fijo.
5. Saber analizar y manejar las funciones reales de una variable real en lo tocante al Cálculo Diferencial: concepto de derivada y de diferencial; derivadas de orden superior; funciones C-k y C-infinito; derivación de funciones compuestas; teorema de la función inversa en una variable; teoremas de Rolle y del valor medio, regla de L'Hôpital; concepto de extremo, máximo y mínimo; monotonía; convexidad y puntos de inflexión; polinomio de Taylor.
6. Saber razonar acerca de las propiedades fundamentales de las sucesiones numéricas reales (convergencia, monotonía, acotación, subsucesiones, etc.). Límites superior e inferior. Criterios de convergencia más importantes, incluyendo los de Stolz, media aritmética, media geométrica y cociente-raíz. Cálculo de límites. Sucesiones recurrentes.
7. Analizar y manejar las series numéricas reales, en cuanto a su sumabilidad. Conocer las series más relevantes, incluyendo las series geométrica y armónica generalizada. Criterios de convergencia. Series de términos positivos: criterios de comparación, del cociente, de la raíz y de la integral. Series alternadas; convergencia absoluta y condicional; criterio de Leibniz.
8. Comprender y manejar las propiedades fundamentales de las sucesiones y series funcionales reales: límites puntual y uniforme; criterios de convergencia. Series de potencias; radio e intervalo de convergencia. Fórmula de Cauchy-Hadamard. Series de Taylor y MacLaurin; funciones analíticas.

9. Comprender y manejar las propiedades esenciales del cálculo integral en una variable: integral de Riemann (construcción y propiedades), interpretación geométrica. Aplicaciones; longitudes y áreas. Integrales indefinidas. Teorema fundamental del Cálculo. Integrales impropias en intervalos no acotados.