



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001

Escuela Politécnica de  
Enseñanza Superior

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**305000100 - álgebra Lineal**

### PLAN DE ESTUDIOS

30GM - Grado En Matematicas

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2021/22 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	7
7. Actividades y criterios de evaluación.....	10
8. Recursos didácticos.....	13
9. Otra información.....	14

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	305000100 - álgebra Lineal
<b>No de créditos</b>	7.5 ECTS
<b>Carácter</b>	Básica
<b>Curso</b>	Primer curso
<b>Semestre</b>	Primer semestre
<b>Período de impartición</b>	Septiembre-Enero
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	30GM - Grado en Matematicas
<b>Centro responsable de la titulación</b>	30 - Escuela Politecnica De Enseñanza Superior
<b>Curso académico</b>	2021-22

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías *</b>
Gabriela Sansigre Vidal (Coordinador/a)		<a href="mailto:gabriela.sansigre@upm.es">gabriela.sansigre@upm.es</a>	Sin horario. Las tutorías se fijarán al principio de curso.
Mario Lopez Gomez		<a href="mailto:mario.lopez@upm.es">mario.lopez@upm.es</a>	Sin horario.

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Conocimientos previos recomendados

---

### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

El plan de estudios Grado en Matemáticas no tiene definidas asignaturas previas recomendadas para esta asignatura.

### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

- Nociones de teoría de conjuntos.
- Geometría elemental de rectas y planos; resolución de sistemas lineales con parámetros; nociones de operaciones con matrices.
- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales de pequeño tamaño mediante el método de eliminación de Gauss
- Determinantes: desarrollo por los elementos de una fila o columna.
- Aritmética básica de números complejos; raíces de polinomios de segundo grado, regla de Ruffini.

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio

CB2 - Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio

CB3 - Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética

CB4 - Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado

CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar propiedades en distintos campos de la Matemática, para construir argumentaciones, elaborar cálculos y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE2 - Conocer y comprender demostraciones rigurosas de los principales teoremas de cada área de la Matemática y extraer de ellos corolarios mediante la particularización a casos concretos.

CE3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE4 - Abstractar las propiedades estructurales de objetos matemáticos, de la realidad observada o de otros ámbitos distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales.

CE5 - Comprobar con demostraciones hipótesis sobre un objeto matemático o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CE6 - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos matemáticos de sistemas reales, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan, explicitando las características del sistema recogidas en el modelo y las no consideradas en el mismo.

CE7 - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y tecnologías de computación, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

CG1 - Identificar la naturaleza, métodos y fines de los distintos campos de la Matemática y asociarlos con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.

CG3 - Utilizar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso desarrolladas a través del estudio de la Matemática en contextos tanto matemáticos como no matemáticos.

CG4 - Utilizar los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

CG5 - Sintetizar conocimientos y habilidades adquiridas en el campo de la matemática en diferentes materias del plan de estudios para enfocarlas en posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos matemáticos.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA31 - Conocer construcciones asociadas a los espacios vectoriales y a las aplicaciones lineales: suma directa, espacio cociente, aplicación traspuesta, espacio dual.

RA34 - Clasificar un endomorfismo de un espacio de dimensión pequeña.

RA37 - Conocer operaciones y algoritmos de cálculo numérico para la factorización de matrices y el cálculo de autovalores y autovectores así como su interpretación geométrica.

RA28 - Clasificar un sistema de ecuaciones lineales por sus soluciones y, en su caso, resolverlo.

RA33 - Conocer y aplicar los algoritmos del álgebra lineal para la resolución de problemas e interpretar el resultado.

RA36 - Aplicar la clasificación de endomorfismos al ámbito de la geometría o de los sistemas dinámicos discretos.

RA29 - Identificar la estructura de espacio vectorial en diferentes contextos.

RA30 - Identificar las principales propiedades matriciales como consecuencia de su interpretación mediante el álgebra lineal.

RA32 - Conocer los principales resultados del álgebra lineal y sus demostraciones.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

Esta asignatura introduce los resultados más importantes del Álgebra Lineal que son fundamento básico para la geometría euclídea y afín. En la primera parte del temario (espacios vectoriales y álgebra de matrices) se aborda el álgebra más básica, que profundiza en los conocimientos adquiridos en la enseñanza preuniversitaria poniendo el énfasis en cómo se extienden naturalmente los espacios vectoriales sencillos que ya se conocen a casos más complejos. Los espacios vectoriales de tipo no finito se trabajarán en un taller mostrando ejemplos que sirvan de preámbulo a los espacios funcionales. En la segunda parte de la asignatura (aplicaciones lineales y clasificación de endomorfismos) se abordarán cuestiones más complejas en las que esté presente el pensamiento lógico y la abstracción matemática. Al finalizar el curso las y los estudiantes habrán adquirido:

- Conocimiento de los métodos lineales,
- Comprensión de la formulación algebraica,

- Nociones de Álgebra Lineal Numérica a través de prácticas de computación científica.

## 5.2. Temario de la asignatura

### 1. Espacios vectoriales.

- 1.1. El espacio vectorial  $R^n$ . Dependencia e independencia lineal, combinaciones lineales; clausura lineal.
- 1.2. Subespacios vectoriales. Intersección y suma. Suma directa.
- 1.3. Bases y dimensión. Teorema de completación. Relación de Grassmann.
- 1.4. Los números complejos.
- 1.5. Espacios vectoriales de tipo finito.
  - 1.5.1. El espacio vectorial cociente. Variedades lineales.
- 1.6. Espacios vectoriales de tipo no finito. El concepto de independencia lineal. Teorema de existencia de la base.

### 2. Álgebra matricial y sistemas lineales.

- 2.1. Matrices: suma y producto por un escalar. Estructura de espacio vectorial.
- 2.2. Sistemas de ecuaciones lineales.
  - 2.2.1. Núcleo e imagen de una matriz.
  - 2.2.2. El rango.
  - 2.2.3. El teorema de Rouché-Frobenius.
- 2.3. Reducción gaussiana. Factorización LU. Algoritmo de Gauss-Jordan.

### 3. Aplicaciones lineales.

- 3.1. Definición. Primeras propiedades. Composición.
- 3.2. Núcleo e imagen de una aplicación lineal.
- 3.3. Representación matricial en espacios de tipo finito. Cambio de base. Equivalencia y semejanza de matrices. Composición de aplicaciones y producto de matrices.
- 3.4. Inyectividad, suprayectividad y biyectividad. Teorema fundamental de las aplicaciones lineales en dimensión finita.
- 3.5. El espacio vectorial  $L(E,F)$ . Factorización canónica de un homomorfismo.
  - 3.5.1. La derivación y la integración como aplicaciones lineales.
- 3.6. El espacio dual  $E^*$ . La aplicación traspuesta.
- 3.7. Formas multilineales. La función determinante.

#### 4. Reducción de endomorfismos.

##### 4.1. Subespacios invariantes.

##### 4.2. Valores y vectores propios; polinomio característico.

##### 4.3. Diagonalización.

###### 4.3.1. Aplicación a sistemas dinámicos discretos.

##### 4.4. Polinomios anuladores. El teorema de Cayley-Hamilton. El polinomio mínimo.

##### 4.5. Formas canónicas: Jordan y Frobenius.

###### 4.5.1. Una introducción a las funciones de matrices.

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad presencial en aula	Actividad presencial en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p><b>Presentación asignatura</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Generalidades sobre espacios vectoriales</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Epígrafe 1.1</b> Duración: 02:30 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas.</b> Duración: 01:30 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
2	<p><b>Epígrafes 1.2 y 1.3</b> Duración: 02:30 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas</b> Duración: 01:30 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>El espacio vectorial Cn</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas</p>		<p><b>El espacio vectorial Cn</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
3	<p><b>Epígrafe 1.5</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Epígrafe 1.6</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas</p>			
4	<p><b>Tema 2. Epígrafes 2.1, 2.2</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p><b>Miscelánea problemas tema 1</b> Duración: 02:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p>		<p><b>Miscelánea problemas tema 1</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
5	<p><b>Epígrafes 2.2.1, 2.2.2, 2.2.3</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			

6	<p><b>Epígrafe 2.3</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Resolución numérica de sistemas lineales (MatLab)</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Resolución numérica de sistemas lineales (MatLab)</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
7	<p><b>Tema 3. Epígrafes 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas tema 3</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
8	<p><b>Epígrafes 3.5 y 3.6</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Primer examen parcial.</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
9	<p><b>Epígrafe 3.7</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>El determinante como volumen</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas</p>			<p><b>Taller: explorando el espacio dual</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua No presencial Duración: 00:00</p>
10	<p><b>Epígrafes 4.1 y 4.2</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas autovalores y autofunciones</b> Duración: 03:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
11	<p><b>Epígrafe 4.3</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas diagonalización.</b> Duración: 03:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
12	<p><b>Epígrafe 4.4. Polinomios anuladores.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas.</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Cálculo de autovalores y autovectores.</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Cálculo de autovalores y autovectores.</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
13	<p><b>El álgebra de los polinomios complejos. Interpolación.</b> Duración: 03:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p> <p><b>Epígrafe 4.4. El teorema de Cayley-Hamilton. El polinomio mínimo.</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			<p><b>Funciones de matrices. Trabajo a realizar fuera del aula.</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua No presencial Duración: 00:00</p>

14	<p><b>Epígrafe 4.5. Formas canónicas.</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Problemas</b> Duración: 03:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
15	<p><b>Repaso general</b> Duración: 04:00 OT: Otras actividades formativas</p>			<p><b>Segundo examen parcial.</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
16				
17				<p><b>Examen final</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final No presencial Duración: 03:00</p>

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación continua

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
2	El espacio vectorial $C_n$	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	5%	0 / 10	CB1 CE4 CE1 CG3 CE3
4	Miscelánea problemas tema 1	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	5%	/ 10	CB1 CE2
6	Resolución numérica de sistemas lineales (MatLab)	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	5%	0 / 10	CG4 CE6 CE7
8	Primer examen parcial.	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	25%	0 / 10	CB1 CB2 CB4 CE2 CE5 CG3 CE6
9	Taller: explorando el espacio dual	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	No Presencial	00:00	10%	/ 10	CE5 CG5 CE1
12	Cálculo de autovalores y autovectores.	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	5%	/ 10	CG4 CE6 CE7
13	Funciones de matrices. Trabajo a realizar fuera del aula.	OT: Otras técnicas evaluativas	No Presencial	00:00	15%	/ 10	CB2 CB4 CG5 CB3 CE1 CG3

15	Segundo examen parcial.	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	30%	2.5 / 10	CE5 CG1 CG4 CG5 CE1 CB2 CE2
----	-------------------------	-------------------------------------	------------	-------	-----	----------	---

### 7.1.2. Evaluación sólo prueba final

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen final	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	No Presencial	03:00	100%	5 / 10	CB2 CB4 CE2 CE4 CE5 CG1 CG4 CG5 CB1 CB3 CE1 CG3 CE6 CE7 CE3

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

No se ha definido la evaluación extraordinaria.

## 7.2. Criterios de evaluación

La Normativa de Evaluación de la universidad en su artículo 12 establece que los estudiantes escogerán evaluación continua o solo examen final y ambos sistemas son excluyentes.

La **evaluación continua** se fragmentará en diversos apartados.

- Dos exámenes parciales con valores respectivos 25% y 30% que se realizarán aproximadamente en las semanas 8ª y 15ª.
- Dos prácticas de computación científica, cada una con un valor de 5%, asociadas respectivamente a los temas 2 y 4.
- Dos talleres (trabajo en grupo, no presencial) asociados a los temas 3 y 4 con un valor de 10% y 15% respectivamente.
- Discusión colaborativa de problemas del primer tema, 5%.

Se valorará la posibilidad de que los talleres se concreten en exposiciones orales o grabación de vídeos cortos.

En la página de Moodle de la asignatura se dispondrá de foros de dudas. La participación se valorará y servirá para subir nota.

**Nota:** Aunque la asignatura se evaluará preferentemente por evaluación continua, los estudiantes pueden renunciar a este tipo de evaluación y en ese caso serán evaluados mediante una **única prueba final**.

La renuncia a la evaluación continua se podrá realizar desde el comienzo del curso y hasta cinco días después de la publicación en Moodle de las notas definitivas del primer examen parcial, a través del formulario que estará disponible en Moodle.

## 8. Recursos didácticos

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Álgebra Lineal y sus Aplicaciones. David C. Lay, (múltiples ediciones)	Bibliografía	Texto básico muy adecuado para los dos primeros temas.
Álgebra Lineal y Geometría. M. Castellet, I. Llerena, Reverté, 1981	Bibliografía	Una presentación rigurosa y elegante del Álgebra Lineal.
A Second Course in Linear Algebra. Stephan R. Garcia, Roger A. Horn, Cambridge 2017	Bibliografía	Texto algo más avanzado, de interés especial en el último tema del curso.
Linear Algebra and its Applications. Peter D. Lax, 2a ed., Wiley 2007	Bibliografía	Bibliografía complementaria
Vectors, Pure and Applied: a General Introduction to Linear Algebra. Thomas W. Körner, Cambridge, 2013	Bibliografía	Bibliografía complementaria
Finite-Dimensional Vector Spaces. Paul R. Halmos, 2a ed., Springer 1987	Bibliografía	Bibliografía complementaria
Hojas de problemas	Otros	Cada tema tendrá aparejada una hoja de problemas con diversos grados de dificultad.
Tutoriales de introducción a MatLab	Otros	
Resúmenes de cada tema	Otros	Estos resúmenes en forma de presentación podrán consultarse antes de la clase y servirán para fomentar el autoaprendizaje

## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura

#### Página web de la asignatura

La asignatura contará con una página específica en la plataforma Moodle de la universidad en la que además de disponer de recursos didácticos, se abrirán foros de dudas y espacios para trabajo colaborativo.

#### Objetivos de desarrollo sostenible y comunidad EELISA

Las y los estudiantes recibirán información sobre los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) y el compromiso de la universidad por colaborar en su consecución, en particular ODS4 (educación de calidad), ODS5 (igualdad de género), ODS17 (alianzas para alcanzar los objetivos). Asimismo serán informadas/os de la comunidad EELISA <https://eelisa.eu/> y la protocomunidad SSERIES

#### Observación importante:

En caso de mantenerse la emergencia sanitaria debido a la covid-19, la modalidad de docencia a impartir corresponderá en cada momento con lo que establezca la legislación vigente.

En caso de suspensión de las clases presenciales, los epígrafes del cronograma correspondientes a clases presenciales (sean magistrales o de problemas) se impartirán a través del procedimiento telemático que la coordinación del grado considere más adecuado. Se mantendrán los mismos horarios y contenidos. Las prácticas y los talleres se organizarán para que los estudiantes puedan realizarlas en grupo de forma telemática. Los exámenes parciales y final serán presenciales de autorizarlo la legislación en vigor. En caso contrario se harán exámenes en línea que se complementarán con entrevistas orales telemáticas.

