



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

PROCESO DE
COORDINACIÓN DE LAS
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingeniería y Sistemas
de Telecomunicación

ANX-PR/CL/001-01

GUÍA DE APRENDIZAJE

ASIGNATURA

595000201 - Algebra Lineal

PLAN DE ESTUDIOS

59TL - Grado En Ingeniería Telemática

CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2021/22 - Primer semestre

Índice

Guía de Aprendizaje

| | |
|--|----|
| 1. Datos descriptivos..... | 1 |
| 2. Profesorado..... | 1 |
| 3. Competencias y resultados de aprendizaje..... | 2 |
| 4. Descripción de la asignatura y temario..... | 3 |
| 5. Cronograma..... | 7 |
| 6. Actividades y criterios de evaluación..... | 10 |
| 7. Recursos didácticos..... | 12 |
| 8. Otra información..... | 13 |
| 9. Adendas..... | 15 |

1. Datos descriptivos

1.1. Datos de la asignatura

| | |
|--|--|
| Nombre de la asignatura | 595000201 - Algebra Lineal |
| No de créditos | 6 ECTS |
| Carácter | Básica |
| Curso | Primer curso |
| Semestre | Primer semestre |
| Período de impartición | Septiembre-Enero |
| Idioma de impartición | Castellano |
| Titulación | 59TL - Grado en Ingeniería Telemática |
| Centro responsable de la titulación | 59 - Escuela Técnica Superior De Ingeniería Y Sistemas De Telecomunicación |
| Curso académico | 2021-22 |

2. Profesorado

2.1. Profesorado implicado en la docencia

| Nombre | Despacho | Correo electrónico | Horario de tutorías * |
|---|-----------------|--------------------------------------|----------------------------------|
| Rafael Delgado Lopez (Coordinador/a) | A2108A | rafael.delgado@upm.es | Sin horario. |
| Rafael Jose Hernandez Heredero | A2106 | rafael.hernandez.heredero@ upm.es | Sin horario. |
| Luis Felipe Rivero Garvia | A2108A | felipe.rivero@upm.es | Sin horario. |

* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

3. Competencias y resultados de aprendizaje

3.1. Competencias

CE B1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

CG 04 - Capacidad de abstracción, de análisis y de síntesis y de resolución de problemas.

3.2. Resultados del aprendizaje

RA771 - Diagonalizar ortogonalmente una matriz simétrica y aplicar el teorema espectral

RA767 - Identificar un espacio vectorial y manejar los espacios vectoriales de polinomios, matrices, señales, polinomios trigonométricos y funciones en general, en especial calcular bases y coordenadas en estos espacios

RA762 - Caracterizar cuando un conjunto de vectores son un sistema de generadores, cuando son independientes y cuando forman una base. Caracterizar cuando una aplicación lineal es suprayectiva, cuando es inyectiva y cuando es invertible

RA768 - Calcular la matriz de una aplicación lineal respecto a una base arbitraria. Conocer y calcular la relación de semejanza entre las distintas matrices de una aplicación lineal

RA765 - Calcular la dimensión y bases de un subespacio vectorial, en particular del núcleo e imagen de una aplicación lineal. Realizar cambios de base. Conocer las distintas formas de definir y calcular el rango de una matriz. Demostrar y aplicar el teorema del rango

RA764 - Hallar la matriz de una aplicación lineal, de la composición de aplicaciones lineales y de la aplicación inversa

RA1 - Adquirir capacidad de ordenar y relacionar ideas con ayuda de los métodos matemáticos

RA766 - Utilizando software matemático estudiar sistemas lineales, características de un conjunto de vectores, y de aplicaciones lineales, y calcular dimensiones y bases de subespacios vectoriales, coordenadas, proyecciones ortogonales y distancias

RA4 - Adquirir destreza en el cálculo y conciencia de su necesidad para obtener resultados a través de la

resolución de ejercicios y problemas

RA761 - Analizar la existencia y unicidad de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales y resolverlo utilizando la forma escalonada reducida de la matriz del sistema

RA769 - Calcular valores y vectores propios . Estudiar si una matriz es diagonalizable y diagonalizar matrices

RA2 - Comprender la necesidad de relacionar la intuición con la precisión y el rigor para formular y tratar las cuestiones científicas y técnicas

RA770 - Calcular la proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio vectorial y distancias. Calcular las coordenadas en una base ortogonal directamente y mediante matrices ortogonales. Calcular la distancia entre un vector y un subespacio vectorial. Calcular una base ortogonal mediante el proceso de Gram-Schmidt. Calcular la solución mínimos cuadrados de un sistema. Calcular la recta de regresión

RA763 - Caracterizar cuando un conjunto de vectores son un sistema de generadores, cuando son independientes y cuando forman una base. Conocer y aplicar las distintas caracterizaciones de una matriz no singular. Calcular la inversa. Calcular determinantes

RA772 - Resolver una ecuación diferencial lineal de segundo orden con coeficientes constantes

RA8 - Adquirir conocimientos básicos sobre los fundamentos teóricos de los espacios vectoriales

RA11 - Manejar con soltura el álgebra de matrices y vectores

4. Descripción de la asignatura y temario

4.1. Descripción de la asignatura

En esta asignatura se estudia álgebra lineal básica, dedicando especial atención a los cambios de base, a la diagonalización de matrices y al proyector ortogonal. Los contenidos teóricos se complementan con la resolución de problemas y con prácticas utilizando software matemático. En esta parte práctica se presentan algunas de las aplicaciones más significativas del álgebra a la ingeniería de Telecomunicación, estableciéndose conexiones con otras asignaturas.

4.2. Temario de la asignatura

1. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- 1.1. Sistemas de ecuaciones lineales
- 1.2. Reducción por filas y formas escalonadas
- 1.3. Forma escalonada reducida y posiciones pivote
- 1.4. Existencia y unicidad de soluciones

2. COMBINACIONES LINEALES

- 2.1. Ecuaciones vectoriales y ecuaciones matriciales
- 2.2. Combinaciones lineales
- 2.3. Subespacio generado por un conjunto de vectores
- 2.4. Caracterización de un sistema de generadores
- 2.5. Expresión vectorial de las soluciones de un sistema lineal
- 2.6. Independencia lineal
- 2.7. Caracterizaciones de la independencia

3. TRANSFORMACIONES LINEALES

- 3.1. Transformación lineal
- 3.2. La matriz canónica de una transformación lineal
- 3.3. Transformaciones lineales suprayectivas e inyectivas
- 3.4. Caracterización de las transformaciones lineales suprayectivas e inyectivas

4. ÁLGEBRA DE MATRICES

- 4.1. Suma y multiplicación por escalares
- 4.2. Composición de transformaciones lineales
- 4.3. Multiplicación de matrices
- 4.4. Traspuesta de una matriz
- 4.5. Inversa de una matriz
- 4.6. Algoritmo para el cálculo de la inversa
- 4.7. Transformaciones lineales invertibles
- 4.8. Caracterizaciones de matrices y transformaciones lineales invertibles

5. DETERMINANTES

- 5.1. Determinante de una matriz
- 5.2. Propiedades de determinantes
- 5.3. Cálculo de determinantes
- 5.4. Caracterización de matrices invertibles

6. SUBESPACIOS DE \mathbb{R}^n

- 6.1. Espacio columna y espacio nulo de una matriz
- 6.2. Bases
- 6.3. Base del espacio columna y del espacio nulo
- 6.4. Coordenadas
- 6.5. Dimensión de un subespacio
- 6.6. Rango de una matriz
- 6.7. Teorema del Rango

7. ESPACIOS VECTORIALES

- 7.1. Espacio vectorial
- 7.2. Subespacios vectoriales
- 7.3. Combinaciones lineales e independencia lineal
- 7.4. Bases, dimensión y coordenadas
- 7.5. Transformaciones lineales, núcleo y rango
- 7.6. Isomorfismo de coordenadas
- 7.7. Matriz de cambio de coordenadas

8. DIAGONALIZACIÓN

- 8.1. Vectores y valores propios
- 8.2. La ecuación característica
- 8.3. Matrices semejantes
- 8.4. Diagonalización de matrices
- 8.5. Potencias de una matriz y sistemas dinámicos
- 8.6. Las matrices de una transformación lineal
- 8.7. Relación de semejanza entre las matrices de una transformación lineal

8.8. Valores propios complejos

9. ORTOGONALIDAD

9.1. Producto escalar, norma y distancia

9.2. Bases ortogonales

9.3. Coordenadas en una base ortogonal

9.4. Proyección ortogonal

9.5. Bases ortonormales y matriz del proyector ortogonal

9.6. Matrices ortogonales

9.7. Proceso de Gram-Schmidt

9.8. Mínimos cuadrados y recta de regresión

9.9. Diagonalización de matrices simétricas

10. ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES

10.1. Ecuación diferencial lineal homogénea con coeficientes constantes

10.2. Ecuación diferencial lineal no homogénea con coeficientes constantes

10.3. Soluciones de la ecuación de orden dos

10.4. Condiciones iniciales

5. Cronograma

5.1. Cronograma de la asignatura *

| Sem | Actividad presencial en aula | Actividad presencial en laboratorio | Tele-enseñanza | Actividades de evaluación |
|-----|---|--|---|---|
| 1 | Tema 1. Sistemas de ecuaciones lineales Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | | Tema 1. Sistemas de ecuaciones lineales Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | |
| 2 | Tema 2: Combinaciones Lineales Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | | Tema 2: Combinaciones Lineales Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | |
| 3 | Tema 2: Combinaciones Lineales Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 3. Transformaciones lineales Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | | Tema 2: Combinaciones Lineales Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 3. Transformaciones lineales Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | |
| 4 | Tema 4. Álgebra de Matrices Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 5. Determinantes Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | | Tema 4. Álgebra de Matrices Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 5. Determinantes Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | |
| 5 | Tema 6. Subespacios de R^n Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | | Tema 6. Subespacios de R^n Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | |
| 6 | Tema 6. Subespacios de R^n Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 7. Espacios vectoriales Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | | Tema 6. Subespacios de R^n Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 7. Espacios vectoriales Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | |
| 7 | Tema 7. Espacios vectoriales Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 8. Diagonalización Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | | Tema 7. Espacios vectoriales Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 8. Diagonalización Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | |
| 8 | Tema 8. Diagonalización Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral | Práctica de los Temas 1,2 y 3 Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio | Tema 8. Diagonalización Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Práctica de los Temas 1,2 y 3 Duración: 00:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio | Primer parcial (fecha exacta en el calendario del plan anual docente); teoría EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00 |

| | | | | |
|----|--|---|---|---|
| 9 | <p>Tema 8. Diagonalización Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> | <p>Práctica de los Temas 6 y 7 Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p> | <p>Tema 8. Diagonalización Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Práctica de los Temas 6 y 7 Duración: 00:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p> | |
| 10 | <p>Tema 8. Diagonalización Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 9. Ortogonalidad Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> | | <p>Tema 8. Diagonalización Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 9. Ortogonalidad Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> | |
| 11 | <p>Tema 9. Ortogonalidad Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> | | <p>Tema 9. Ortogonalidad Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> | |
| 12 | <p>Tema 9. Ortogonalidad Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 10. Ecuaciones diferenciales lineales Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> | <p>Práctica del Tema 9 Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p> | <p>Tema 9. Ortogonalidad Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 9. Ortogonalidad Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Práctica del Tema 9 Duración: 00:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p> | |
| 13 | <p>Tema 10. Ecuaciones diferenciales lineales Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> | | <p>Tema 10. Ecuaciones diferenciales lineales Duración: 00:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> | |
| 14 | | | | <p>Prácticas de laboratorio y actividades complementarias. Se realizan a lo largo del semestre OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua No presencial Duración: 20:00</p> |
| 15 | | | | |
| 16 | | | | |
| 17 | | | | <p>Segundo parcial; teoría y laboratorio (Octave) EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p> <p>Examen Final; teoría y laboratorio (Octave) EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 03:00</p> |

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

6. Actividades y criterios de evaluación

6.1. Actividades de evaluación de la asignatura

6.1.1. Evaluación continua

| Sem. | Descripción | Modalidad | Tipo | Duración | Peso en la nota | Nota mínima | Competencias evaluadas |
|------|---|-------------------------------------|---------------|----------|-----------------|-------------|------------------------|
| 8 | Primer parcial (fecha exacta en el calendario del plan anual docente); teoría | EX: Técnica del tipo Examen Escrito | Presencial | 02:00 | 40% | 3 / 10 | CE B1 CG 04 |
| 14 | Prácticas de laboratorio y actividades complementarias. Se realizan a lo largo del semestre | OT: Otras técnicas evaluativas | No Presencial | 20:00 | 10% | 3 / 10 | CE B1 CG 04 |
| 17 | Segundo parcial; teoría y laboratorio (Octave) | EX: Técnica del tipo Examen Escrito | Presencial | 02:00 | 50% | 3 / 10 | CE B1 CG 04 |

6.1.2. Evaluación sólo prueba final

| Sem | Descripción | Modalidad | Tipo | Duración | Peso en la nota | Nota mínima | Competencias evaluadas |
|-----|---|-------------------------------------|------------|----------|-----------------|-------------|------------------------|
| 17 | Examen Final; teoría y laboratorio (Octave) | EX: Técnica del tipo Examen Escrito | Presencial | 03:00 | 100% | 5 / 10 | CE B1 CG 04 |

6.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

| Descripción | Modalidad | Tipo | Duración | Peso en la nota | Nota mínima | Competencias evaluadas |
|---|-------------------------------------|------------|----------|-----------------|-------------|------------------------|
| Examen Final; teoría y laboratorio (Octave) | EX: Técnica del tipo Examen Escrito | Presencial | 03:00 | 100% | 5 / 10 | CE B1 CG 04 |

6.2. Criterios de evaluación

La calificación de la asignatura se obtiene aplicando los porcentajes

- Primer Parcial: 40%
- Segundo Parcial, ejercicios y preguntas sobre teoría: 40%
- Segundo Parcial, ejercicios y preguntas sobre el laboratorio (Octave): 10%
- Prácticas y Actividades Complementarias: 10%

Para aprobar es necesario obtener al menos 3 puntos en cada uno de los dos parciales y en las prácticas de laboratorio.

El alumno que así lo desee puede realizar un Examen Final en lugar del Segundo Parcial. En este caso, la calificación de la asignatura será la nota obtenida en este Examen Final (quedando sin efecto las notas obtenidas en el Primer Parcial y en las Prácticas y Actividades Complementarias). El Examen Final y el Segundo Parcial se realizan en periodo de exámenes el mismo día y a la misma hora. Para poder realizar el Examen Final en lugar del Segundo Parcial se tiene que comunicar, mediante Moodle, 3 días hábiles antes de la realización de estos exámenes.

En las convocatorias extraordinarias la evaluación se realiza mediante un examen final.

Tanto en el examen final como en el examen de la convocatoria extraordinaria habrá ejercicios y preguntas sobre la teoría y sobre el contenido de las prácticas del laboratorio (Octave).

7. Recursos didácticos

7.1. Recursos didácticos de la asignatura

| Nombre | Tipo | Observaciones |
|--|--------------|---|
| Plataforma Institucional Moodle | Recursos web | |
| Libro: Álgebra Lineal y sus Aplicaciones. D.C. Lay | Bibliografía | Ed. Pearson Educación |
| Hojas de problemas | Otros | |
| Laboratorio de Matemáticas | Equipamiento | |
| GNU Octave | Equipamiento | Software de código abierto públicamente disponible en: https://www.gnu.org/software/octave |
| Matlab | Equipamiento | Software privativo desarrollado por MathWorks para el que la UPM tiene licencia de campus. |
| Manual de Octave | Recursos web | https://octave.org/doc/octave-6.2.0.pdf |
| Wiki de Octave (introducción básica) | Recursos web | https://wiki.octave.org/Category:Resources |
| Wiki de Octave: diferencias con Matlab | Recursos web | https://wiki.octave.org/Differences_between_Octave_and_Matlab |

8. Otra información

8.1. Otra información sobre la asignatura

Restricciones Covid y presencialidad

La programación docente de esta guía se adaptará a las condiciones sanitarias y a la resolución de los múltiples problemas organizativos sobrevenidos. La presencialidad en particular estará totalmente condicionada por la evolución de las medidas de seguridad Covid dictadas por las autoridades competentes.

Así, tanto la enseñanza (laboratorios incluidos) como la evaluación pueden ser desde 100% presencial hasta 100% online. Con independencia del carácter de "presencial" o "tele-enseñanza" que figure en el Cronograma o en otras secciones de esta Guía. Dichas indicaciones referidas a la presencialidad se deberán entender única y exclusivamente como una estimación efectuada con la información disponible a fecha de la confección de la presente Guía.

El hecho de que tanto las lecciones magistrales como las prácticas de laboratorio figuren duplicadas en el Cronograma (en formatos "presencial" y "tele-enseñanza", sin duración asignada en este último caso) se debe a que, con la información de que disponemos, consideramos como más probable la modalidad "semipresencial" o "híbrida". En dicha modalidad se establecen turnos semanales de asistencia presencial dentro de cada grupo.

Fechas de las prácticas de laboratorio

Las fechas de las prácticas de laboratorio contenidas en el Cronograma de esta guía deben interpretarse como una estimación. Así pues, podrán sufrir cambios motivados por la disponibilidad tanto del laboratorio físico como de las horas semanales asignadas a los desdobles de laboratorio.

Fecha del primer examen parcial

La fecha del primer examen parcial que aparece en el Cronograma deberá entenderse como una estimación. Podrá sufrir cambios motivados tanto por la disponibilidad del horario y del aula de examen como por el ritmo de aprendizaje del alumnado.

Contribución a los ODS:

La asignatura contribuye al ODS4 (subobjetivo 4.4): Aumentar considerablemente el número de jóvenes y adultos que tienen las competencias profesionales y técnicas necesarias para acceder al empleo y al emprendimiento.

Prevalencia de la guía del Grado en Ingeniería Electronica de Comunicaciones (59EC)

Debido a dificultades informáticas, puede haber discrepancias entre las diferentes Guías de Aprendizaje de la presente asignatura de Algebra Lineal (595000002). En caso de que apareciesen tales discrepancias, prevalecerá la versión de la Guía de Aprendizaje del Grado en Ingeniería Electronica de Comunicaciones (59EC).

9. Adendas

- Dado que la situación COVID permite el grado de presencialidad requerido, en el apartado 5.1 de esta Guía la evaluación de la actividad de laboratorio pasa a ser presencial. Asimismo, en los apartados 6.1.1 y 6.2, las prácticas y actividades complementarias pasan a valer el 20%; el primer parcial, un 30%; y el segundo parcial, un 50%. En el apartado 6.1.1 y 6.2, se suprime la pregunta de laboratorio en el segundo parcial. Sin embargo, se mantiene dicha pregunta tanto en el examen final como en el extraordinario. No se guarda la nota de laboratorio de un año para otro.