



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros  
Informaticos

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**105000128 - Topologia**

### PLAN DE ESTUDIOS

10ML - Grado En Matematicas E Informática

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2021/22 - Segundo semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	7
7. Actividades y criterios de evaluación.....	10
8. Recursos didácticos.....	13
9. Otra información.....	14

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	105000128 - Topologia
<b>No de créditos</b>	6 ECTS
<b>Carácter</b>	Obligatoria
<b>Curso</b>	Tercero curso
<b>Semestre</b>	Sexto semestre
<b>Período de impartición</b>	Febrero-Junio
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	10ML - Grado en Matematicas e Informática
<b>Centro responsable de la titulación</b>	10 - Escuela Tecnica Superior De Ingenieros Informaticos
<b>Curso académico</b>	2021-22

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías</b> *
Alfonso Zamora Saiz (Coordinador/a)	1312	alfonso.zamora@upm.es	Sin horario. A determinar
Hector Barge Yañez	1307	h.barge@upm.es	Sin horario. A determinar

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Conocimientos previos recomendados

---

### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Geometria Afin Y Projectiva
- Calculo I
- Algebra Lineal
- Estructuras Algebraicas
- Calculo li

### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Matematicas e Informática no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Conocer demostraciones de teoremas clásicos. Comprender las definiciones de objetos matemáticos y ser capaz de plantear nuevas definiciones. Poder enunciar resultados y construir demostraciones, detectar errores en ellas o encontrar contraejemplos.

CE02 - Ser capaz de extraer de un objeto matemático aquellas propiedades fundamentales que lo caracterizan, distinguiéndolas de aquellas otras ocasionales compartidas con otros objetos matemáticos.

CE03 - Ser capaz de plantear modelos matemáticos para problemas reales, utilizando para resolverlos las herramientas necesarias, interpretando la solución en los mismos términos en que estaba planteado el problema.

CE04 - Comprender y ser capaz de encontrar soluciones a problemas matemáticos en diferentes áreas, utilizando para resolverlos las herramientas analíticas, numéricas o estadísticas disponibles.

CE09 - Capacidad de elegir y usar los métodos analíticos y de modelización relevantes, y de describir una solución de forma abstracta.

CE11 - Comprender intelectualmente el papel central que tienen los algoritmos y las estructuras de datos, así como una apreciación del mismo.

CE18 - Asimilar y manejar los principales conceptos del Álgebra Lineal y de las Geometrías Afín y Euclídea.

CE20 - Conocer y saber utilizar los conceptos básicos de la Topología. Usar el Cálculo Diferencial e Integral y la Topología para el estudio de curvas y superficies.

CE43 - Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo.

CG01 - Capacidad de resolución de problemas aplicando conocimientos de matemáticas, ciencias e ingeniería.

CG02 - Capacidad para el aprendizaje autónomo y la actualización de conocimientos, y reconocimiento de su necesidad en las áreas de la matemática y la informática.

CG03 - Saber trabajar en situaciones carentes de información y bajo presión, teniendo nuevas ideas, siendo creativo.

CG04 - Capacidad de gestión de la información.

CG05 - Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.

CG10 - Capacidad para usar las tecnologías de la información y la comunicación.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA50 - Utilizar diversas técnicas para la resolución de problemas con ayuda de software matemático.

RA80 - Reconocer topológicamente las superficies compactas y su clasificación

RA82 - Utilizar los conceptos básicos asociados a las nociones de espacio métrico y espacio topológico: compacidad y conexión

RA81 - Construir ejemplos de espacios topológicos usando las nociones de subespacio topológico, espacio producto y espacio cociente

RA54 - Modelizar matemáticamente problemas reales y conocer las técnicas para resolverlos.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

La *topología* es el estudio de los *espacios topológicos*, conjuntos con la estructura mínima necesaria para hablar de conceptos como cercanía o continuidad.

En *topología* estudiaremos propiedades que no cambian al hacer transformaciones biyectivas y bicontinuas llamadas *homeomorfismos*, transformaciones elásticas como estiramientos o torsiones que no rompen o unen piezas ni hacen o sellan agujeros. Así, dos espacios *homeomorfos* son prácticamente indistinguibles desde el punto de vista de la *topología*. Por eso, como solía decir cada año en su primera clase un gran topólogo que ya no está entre nosotros, *un topólogo es un matemático que no distingue un donut de una taza*.

### 5.2. Temario de la asignatura

1. Espacios topológicos
  - 1.1. Definición y ejemplos.
  - 1.2. Base de una topología.
  - 1.3. Conjuntos cerrados.
  - 1.4. Tipos de puntos de un subconjunto.
  - 1.5. Axiomas de separación.
  - 1.6. Topología de subespacio.
2. Aplicaciones continuas.
  - 2.1. Aplicaciones continuas.
  - 2.2. Homeomorfismos.
  - 2.3. Embebimientos.
3. Topologías producto y cociente
  - 3.1. Topología producto.
  - 3.2. Topología cociente.
4. Espacios métricos.
  - 4.1. Métricas en un conjunto.

- 4.2. Distancia acotada.
- 4.3. Axiomas de separación y metrizabilidad.
- 5. Conexión.
  - 5.1. Espacios conexos.
  - 5.2. Continuidad y conexión.
  - 5.3. Propiedades de los espacios conexos.
  - 5.4. Componentes conexas.
  - 5.5. Conexión por caminos.
  - 5.6. Conexión local.
- 6. Compacidad.
  - 6.1. Espacios compactos.
  - 6.2. Continuidad y compacidad.
  - 6.3. Subespacios compactos de espacios  $T_2$ .
  - 6.4. Producto de espacios compactos.
  - 6.5. Compacidad en espacios métricos.
  - 6.6. Compacidad local y compactificación de Alexandroff.
- 7. El grupo fundamental
  - 7.1. Homotopía entre aplicaciones.
  - 7.2. Homotopía de caminos.
  - 7.3. El grupo fundamental de la circunferencia.
  - 7.4. El Teorema de Seifert-Van Kampen.
- 8. Clasificación de las superficies compactas
  - 8.1. Variedades topológicas.
  - 8.2. Superficies.
  - 8.3. Complejos simplicidades y triangulaciones.
  - 8.4. Representaciones planas de superficies compactas.
  - 8.5. Clasificación de superficies compactas.
- 9. Introducción a la Teoría de Homología
  - 9.1. Complejos simpliciales.

9.2. El complejo de cadenas.

9.3. Grupos de homología simplicial y números de Betti.

9.4. Cálculo de los números de Betti y de los grupos de homología.



## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad presencial en aula	Actividad presencial en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
2	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
3	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
4	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
5	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
6	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			

7	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
8	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Examen Parcial 1</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p> <p><b>Entrega de problemas resueltos</b> TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación continua No presencial Duración: 00:00</p>
9	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
10	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
11	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
12	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
13	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
14	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Examen Parcial 2</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p> <p><b>Entrega de problemas resueltos</b> TI: Técnica del tipo Trabajo Individual</p>

				Evaluación continua No presencial Duración: 00:00
15				
16				
17				<b>Realización de una prueba de respuesta larga (desarrollo) correspondiente a todo el temario de la asignatura</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 03:00

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación continua

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
8	Examen Parcial 1	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	40%	3.5 / 10	CG01 CE02 CE04 CE11 CE20 CE43 CG02 CG03 CG04 CG05 CG10 CE01 CE03 CE09 CE18
8	Entrega de problemas resueltos	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	10%	0 / 10	CG01 CE02 CE04 CE11 CE20 CE43 CG02 CG03 CG04 CG05 CG10 CE01 CE03 CE09 CE18
14	Examen Parcial 2	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	40%	3.5 / 10	CG01 CE02 CE04 CE11 CE20 CE43 CG02 CG03 CG04 CG05

							CG10 CE01 CE03 CE09 CE18
14	Entrega de problemas resueltos	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	10%	0 / 10	CG01 CE02 CE04 CE11 CE20 CE43 CG02 CG03 CG04 CG05 CG10 CE01 CE03 CE09 CE18

### 7.1.2. Evaluación sólo prueba final

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Realización de una prueba de respuesta larga (desarrollo) correspondiente a todo el temario de la asignatura	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	5 / 10	CG01 CE02 CE04 CE11 CE20 CE43 CG02 CG03 CG04 CG05 CG10 CE01 CE03 CE09 CE18

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Realización de una prueba de respuesta larga (desarrollo) correspondiente a todo el temario de la asignatura	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	5 / 10	CG01 CE02 CE04 CE11 CE20 CE43 CG02 CG03 CG04 CG05 CG10 CE01 CE03 CE09 CE18

## 7.2. Criterios de evaluación

### Convocatoria ordinaria

### Evaluación continua

Las actividades correspondientes a la evaluación continua están especificadas en la tabla del apartado anterior, y consistirán en pruebas escritas de carácter teórico-práctico y entregas de problemas escalonadas durante el curso. Siempre que se superen las notas mínimas establecidas en la tabla, la nota de la asignatura se calcula según los pesos fijados en dicha tabla, y se considera aprobada la asignatura cuando se obtiene una nota mayor o igual que 5 sobre 10.

## Evaluación mediante sólo prueba final

El alumno que desee seguir el sistema de evaluación mediante sólo prueba final, deberá comunicarlo por escrito al coordinador de la asignatura en el plazo de 15 días a contar desde el inicio de la actividad docente de la asignatura. Este sistema de evaluación mediante sólo prueba final, consistirá en la realización de una prueba de respuesta larga (desarrollo) que abarcará todo el temario de la asignatura, puntuable de 0 a 10. Se considera aprobada la asignatura cuando se obtiene una nota mayor o igual que 5 sobre 10.

## Convocatoria extraordinaria

Consistirá en la realización de una prueba de respuesta larga (desarrollo) que abarcará todo el temario de la asignatura, puntuable de 0 a 10. Se considera aprobada la asignatura cuando se obtiene una nota mayor o igual que 5 sobre 10.

## 8. Recursos didácticos

---

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
C. Adams, R. Franzosa, Introduction to Topology Pure and Applied, Pearson Prentice Hall, 2008	Bibliografía	
M.A. Armstrong, Basic Topology, Springer, 1983	Bibliografía	

C. Kosniowski, Topología Algebraica, Reverté, 2009	Bibliografía	
W.S. Massey, Introducción a la Topología Algebraica, Reverté, 2008	Bibliografía	
J.R. Munkres, Topología, Prentice Hall, 2002	Bibliografía	 
V. Muñoz, J.J. Madrigal, Topología Algebraica, Sanz y Torres, 2015	Bibliografía	
A. Hatcher, Algebraic Topology, <a href="http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html">http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html</a>	Recursos web	
J.F. Gálvez, J.L. Rodríguez, Manipulación de superficies compactas, Bubok, 2020	Bibliografía	
Ward, Topology Lecture Notes, <a href="http://www.uea.ac.uk">http://www.uea.ac.uk</a>	Bibliografía	
Material accesible en Moodle	Recursos web	

## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura

Se prevé que la situación sanitaria causada por la pandemia COVID-19 haya mejorado lo suficiente como para permitir utilizar el aforo completo de las aulas. Por ello se ha planificado la docencia de este semestre en modo presencial.

Si las condiciones sanitarias no permitieran usar el aforo completo de las aulas, se pasará a una modalidad de presencialidad mixta por turnos, como el planteado en asignaturas de primer semestre, sin necesidad de modificar esta guía.