



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Arquitectura

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**35001305 - Curvas Y Superficies**

### PLAN DE ESTUDIOS

03AQ - Grado En Fundamentos De La Arquitectura

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2022/23 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	3
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	9
8. Recursos didácticos.....	13
9. Otra información.....	15

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	35001305 - Curvas y Superficies
<b>No de créditos</b>	3 ECTS
<b>Carácter</b>	Obligatoria
<b>Curso</b>	Segundo curso
<b>Semestre</b>	Tercer semestre Cuarto semestre
<b>Período de impartición</b>	Septiembre-Enero
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	03AQ - Grado en Fundamentos de la Arquitectura
<b>Centro responsable de la titulación</b>	03 - Escuela Tecnica Superior De Arquitectura
<b>Curso académico</b>	2022-23

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías *</b>
Maria Lourdes Tello Del Castillo	DMA-34	l.tello@upm.es	Sin horario. Se indicará el horario de tutorías al comienzo del curso.
Ascension Paz Moratalla De La Hoz	DMA-03	ascension.moratalla.delahoz@upm.es	Sin horario. Se indicará el horario de tutorías al comienzo del curso.

Adela Latorre Larrode		adela.latorre@upm.es	Sin horario. Se indicará el horario de tutorías al comienzo del curso.
Sonia Luisa Rueda Perez (Coordinador/a)		sonialuisa.rueda@upm.es	Sin horario. Se indicará el horario de tutorías al comienzo del curso.
Daniel Jeremy Fox Hornig		daniel.fox@upm.es	Sin horario. Se indicará el horario de tutorías al comienzo del curso.
Danilo Magistrali		danilo.magistrali@upm.es	Sin horario. Se indicará el horario de tutorías al comienzo del curso.

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

### 3. Conocimientos previos recomendados

#### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Calculo
- Geometria Afin Y Proyectiva

#### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Fundamentos de la Arquitectura no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

CE 11 - Conocimiento aplicado del cálculo numérico, la geometría analítica y diferencial y los métodos algebraicos.

CG 1. - Visión espacial

CG 11. - Razonamiento crítico

CG 17. - Resolución de problemas

CG 20. - Uso de tecnologías de la información y las comunicaciones y conocimientos de informática relativos al ámbito de estudio

CG 24. - Comprensión numérica

CG 25. - Adaptación a las nuevas situaciones

CG 4. - Capacidad de análisis y síntesis

CG 6. - Imaginación

### 4.2. Resultados del aprendizaje

RA89 - Establecer conexiones entre la geometría diferencial de curvas y superficies y la Arquitectura.

RA87 - Conocer los conceptos y las herramientas matemáticas que permiten analizar y abordar cuestiones de medida y forma en las curvas. Plantear y resolver problemas geométricos en los que intervengan curvas planas y alabeadas.

RA88 - Conocer los conceptos y las herramientas matemáticas que permiten analizar y abordar cuestiones de medida y forma en las superficies. Plantear y resolver problemas geométricos en los que intervengan superficies.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

La asignatura curvas y superficies se imparte en el tercer semestre del grado de Fundamentos de la Arquitectura;

en ella se estudian los conceptos y las herramientas matemáticas que permiten abordar cuestiones de medida y forma en las curvas y en las superficies.

Se plantean y resuelven problemas geométricos en los que intervienen curvas planas y alabeadas, y superficies.

Se establecen conexiones entre la geometría diferencial de curvas y superficies y la Arquitectura.

### 5.2. Temario de la asignatura

1. Estudio local de curvas en el espacio.

1.1. Curvas parametrizadas. Curvas regulares.

1.2. Longitud de una curva. Integral de línea.

1.3. Recta tangente. Curvatura. Vector normal principal. Recta normal principal y plano osculador. Vector binormal. Recta binormal y plano rectificante. Referencia móvil o triedro de Frenet. Torsión.

1.4. Radio y centro de curvatura. Circunferencia osculatriz.

1.5. Fórmulas de Frenet-Serret. Teorema fundamental de curvas.

1.6. Curvas notables: hélices.

2. Estudio local de superficies.

2.1. Superficies parametrizadas.

2.2. Puntos regulares. Plano tangente y recta normal.

2.3. Curvas contenidas en superficies. Líneas coordenadas.

2.4. Primera forma fundamental. Medida sobre la superficie. Integral de superficie.

2.5. Segunda forma fundamental. Curvatura normal y geodésica. Teorema de Meusnier.

2.6. Curvaturas principales. Direcciones principales. Direcciones asintóticas.

2.7. Fórmula de Euler.

2.8. Curvatura de Gauss o total. Curvatura media.

2.9. Clasificación de los puntos de una superficie.

3. Superficies regladas.

3.1. Parametrización de superficies regladas.

3.2. Clasificación de superficies regladas.

3.3. Superficies desarrollables. Arista de retroceso.

3.4. Superficies no desarrollables. Línea de estricción

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<b>1.1 Curvas parametrizadas. Curvas regulares</b> Duración: 01:40 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	Taller utilizando o bien el programa de <b>Cálculo Simbólico MAPLE</b> o el de <b>diseño paramétrico Grasshopper</b> . Posible <b>división en subgrupos</b> . Duración: 00:50 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		<b>Evaluación progresiva. Todas las semanas del cronograma son susceptibles de celebración de pruebas de evaluación progresiva.</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00
2	<b>1.2 Longitud de una curva. Parámetro arco. Integral de línea.</b> Duración: 01:40 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	Taller utilizando o bien el programa de <b>Cálculo Simbólico MAPLE</b> o el de <b>diseño paramétrico Grasshopper</b> . Posible <b>división en subgrupos</b> . Duración: 00:50 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		<b>Evaluación progresiva</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00
3	<b>1.3 Recta tangente. Curvatura. Vector normal principal. Recta normal principal y plano osculador. Vector binormal. Recta binormal y plano rectificante. Referencia móvil o triedro de Frenet. Torsión.</b> Duración: 01:40 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	Taller utilizando o bien el programa de <b>Cálculo Simbólico MAPLE</b> o el de <b>diseño paramétrico Grasshopper</b> . Posible <b>división en subgrupos</b> . Duración: 00:50 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		<b>Evaluación progresiva</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00
4	<b>1.4 Radio y centro de curvatura. Circunferencia osculatriz. 1.5 Fórmulas de Frenet-Serret. Teorema fundamental de curvas.</b> Duración: 01:40 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	Taller utilizando o bien el programa de <b>Cálculo Simbólico MAPLE</b> o el de <b>diseño paramétrico Grasshopper</b> . Posible <b>división en subgrupos</b> . Duración: 00:50 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		<b>Evaluación progresiva</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00
5	<b>1.6 Curvas notables: hélices.</b> Duración: 01:40 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	Taller utilizando o bien el programa de <b>Cálculo Simbólico MAPLE</b> o el de <b>diseño paramétrico Grasshopper</b> . Posible <b>división en subgrupos</b> . Duración: 00:50 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		<b>Evaluación progresiva</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00
6	<b>2.1 Superficies parametrizadas. 2.2 Puntos regulares. Plano tangente y recta normal.</b> Duración: 01:30 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			<b>Evaluación progresiva: Primer Parcial</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:30



7	<p><b>2.3 Curvas contenidas en superficies. Líneas coordenadas. 2.4 Primera forma fundamental.</b> Duración: 01:40 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p>Taller utilizando o bien el programa de <b>Cálculo Simbólico MAPLE</b> o el de <b>diseño paramétrico Grasshopper</b>. <b>Posible división en subgrupos.</b> Duración: 00:50 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Evaluación progresiva</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
8	<p><b>2.4 Primera forma fundamental. Medida sobre la superficie. Integral de superficie</b> Duración: 01:40 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p>Taller utilizando o bien el programa de <b>Cálculo Simbólico MAPLE</b> o el de <b>diseño paramétrico Grasshopper</b>. <b>Posible división en subgrupos.</b> Duración: 00:50 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Evaluación progresiva</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
9	<p><b>2.5 Segunda forma fundamental. Curvatura normal y geodésica. Teorema de Meusnier.</b> Duración: 01:40 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p>Taller utilizando o bien el programa de <b>Cálculo Simbólico MAPLE</b> o el de <b>diseño paramétrico Grasshopper</b>. <b>Posible división en subgrupos.</b> Duración: 00:50 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Evaluación progresiva</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
10	<p><b>2.6 Curvaturas principales. Direcciones principales. Direcciones asintóticas. 2.7 Fórmula de Euler.</b> Duración: 01:40 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p>Taller utilizando o bien el programa de <b>Cálculo Simbólico MAPLE</b> o el de <b>diseño paramétrico Grasshopper</b>. <b>Posible división en subgrupos.</b> Duración: 00:50 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Evaluación progresiva</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
11	<p><b>2.8 Curvatura de Gauss o total. Curvatura media. 2.9 Clasificación de los puntos de una superficie.</b> Duración: 01:40 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p>Taller utilizando o bien el programa de <b>Cálculo Simbólico MAPLE</b> o el de <b>diseño paramétrico Grasshopper</b>. <b>Posible división en subgrupos.</b> Duración: 00:50 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Evaluación progresiva</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
12	<p><b>3.1 Parametrización de superficies regladas. 3.2 Clasificación de superficies regladas.</b> Duración: 01:40 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p>Taller utilizando o bien el programa de <b>Cálculo Simbólico MAPLE</b> o el de <b>diseño paramétrico Grasshopper</b>. <b>Posible división en subgrupos.</b> Duración: 00:50 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Evaluación progresiva</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
13	<p><b>3.3 Superficies desarrollables. Arista de retroceso. 3.4 Superficies no desarrollables. Línea de estricción.</b> Duración: 01:40 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p>Taller utilizando o bien el programa de <b>Cálculo Simbólico MAPLE</b> o el de <b>diseño paramétrico Grasshopper</b>. <b>Posible división en subgrupos.</b> Duración: 00:50 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Evaluación progresiva</b> OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
14	<p><b>Resolución de problemas relativos a la teoría explicada.</b> Duración: 01:30 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			<p><b>Evaluación progresiva; Segundo Parcial</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:30</p>

15				
16				
17				<b>Prueba de evaluación global: Examen teórico-práctico.</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 02:30

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
1	Evaluación progresiva. Todas las semanas del cronograma son susceptibles de celebración de pruebas de evaluación progresiva.	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	0%	0 / 10	CE 11
2	Evaluación progresiva	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	0%	0 / 10	
3	Evaluación progresiva	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	2%	0 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.
4	Evaluación progresiva	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	2%	0 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.
5	Evaluación progresiva	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	2%	0 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.
6	Evaluación progresiva: Primer Parcial	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:30	30%	0 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.

7	Evaluación progresiva	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	2%	0 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.
8	Evaluación progresiva	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	2%	0 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.
9	Evaluación progresiva	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	2%	0 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.
10	Evaluación progresiva	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	2%	0 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.
11	Evaluación progresiva	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	2%	0 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.
12	Evaluación progresiva	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	2%	0 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.

13	Evaluación progresiva	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:00	2%	0 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.
14	Evaluación progresiva; Segundo Parcial	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:30	50%	3 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.

### 7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Prueba de evaluación global: Examen teórico-práctico.	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	100%	5 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen teórico-práctico	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	100%	5 / 10	CG 17. CG 20. CG 24. CG 25. CG 11. CE 11 CG 4. CG 6.

## 7.2. Criterios de evaluación

La evaluación progresiva (continua) constará por una parte de dos pruebas parciales comunes a todos los grupos de la misma franja horaria, con valores respectivos 30% y 50%. El 20% restante de la evaluación podrá consistir en la realización de pruebas tipo test, prácticas con ordenador, entregas, y otras actividades programadas en cada grupo por su profesor, será específico de cada grupo.

Para poder aprobar por evaluación progresiva se deben haber realizado los dos exámenes parciales, haber obtenido al menos un 3 sobre 10 en la segunda prueba parcial y la media ponderada de todas las pruebas realizadas ha de ser mayor o igual que 5. Si no se alcanza la nota mínima en el segundo parcial, la media del estudiante en diciembre se obtiene como la calificación mínima entre 4 y el promedio indicado en esta guía de aprendizaje.

Si el alumno no supera la asignatura en diciembre puede realizar la prueba de evaluación global (final) con valor del 100% de la nota. La prueba global será en enero según calendario de exámenes publicado por la E.T.S. de Arquitectura. La nota final del curso será el máximo entre la nota media obtenida en diciembre y la nota de la prueba global de enero.

La prueba extraordinaria será en julio según calendario de exámenes publicado por la E.T.S. de Arquitectura.

Las calificaciones se expresarán numéricamente según el artículo 5 del real Decreto 1125/2003, de 5 de septiembre, por el que se establece el sistema europeo de créditos y el sistema de calificaciones en las titulaciones universitarias.

## 8. Recursos didácticos

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
J. Burgos. Curvas y Superficies. Ed. Garcia-Maroto. 2008	Bibliografía	Bibliografía básica
M. Lipschutz. Geometría Diferencial. McGraw-Hill, Col. Schaum, 1985.	Bibliografía	Bibliografía básica
A. López de la Rica y A. de la Villa. Geometría Diferencial. Ed. CLAGSA 1997.	Bibliografía	Bibliografía básica
John Oprea, Differential Geometry and its applications, Pearson Education Inc. 2007.	Bibliografía	Bibliografía básica
J. Stewart, Multivariable Calculus, 8ª edición, Ed. CenGage, 2016.	Bibliografía	Bibliografía básica
K. Tapp, Differential Geometry of Curves and Surfaces, Springer, Switzerland, 2016.	Bibliografía	Bibliografía básica
M.P. Do Carmo. Geometría diferencial de curvas y superficies. Alianza Universitaria. Textos 135. Alianza Editorial, 1990.	Bibliografía	Bibliografía avanzada
B. O'Neil. Elementos de Geometría diferencial. 2ª edición. Ed. LIMUSA, 1990	Bibliografía	Bibliografía avanzada
J.M. Sanjurjo, J.M. Ruiz, Introducción a la Geometría Diferencial I. Curvas. Ed. Sanz y Torres, Madrid, 2012.	Bibliografía	Bibliografía avanzada
D. J. Struik. Geometría diferencial clásica. Ed. Aguilar, 1973.	Bibliografía	Bibliografía avanzada

H. Pottmann, A. Aserl, M. Hofer, A. Kilian, Architectural Geometry, Bentley Institute Press, 2007.	Bibliografía	Bibliografía de consulta
E. Rosado. Geometría diferencia de Curvas y Superficies: Curvas. Cuaderno 314.01/ 3-80-05 (2011). Instituto Juan de Herrera.	Bibliografía	Apuntes
E. Rosado. Geometría diferencia de Curvas y Superficies: Superficies. Cuaderno 314.01/ 3-80-06 (2011). Instituto Juan de Herrera.	Bibliografía	Apuntes
R. Zoido . Geometría Diferencial. Acerca de la curvatura de las superficies. Cuadernillos del Instituto Juan de Herrera. 2003	Bibliografía	Apuntes
Recursos web	Recursos web	Plataforma Moodle con información de la asignatura.
Páginas web	Recursos web	Páginas web de algunos de los profesores que imparten la asignatura.
Biblioteca	Equipamiento	Material bibliográfico de la biblioteca de la E.T. S. de Arquitectura



## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura

Esta asignatura se impartirá de manera presencial, salvo que las autoridades tanto sanitarias y como universitarias indiquen otra situación.

Esta asignatura ofrece grupos de docencia en inglés tanto en turno de mañana como de tarde.

El profesor de cada grupo indicará al comienzo de curso el horario del taller de cada subgrupo.

Se publicará en Moodle el horario y formato de tutorías de cada grupo.

La comunicación vía e-mail se realizará a través de los correos institucionales @alumnos.upm.es al profesor correspondiente o a la coordinadora de la asignatura sonialuisa.rueda@upm.es.

Es imprescindible la consulta frecuente de la asignatura en la plataforma Moodle, donde se actualizará tanto cualquier información común sobre la misma como la de cada grupo.