



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros  
Industriales

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**55001083 - El Método De Los Elementos Finitos En Ingeniería**

### PLAN DE ESTUDIOS

05TI - Grado En Ingeniería En Tecnologías Industriales

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2022/23 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	3
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	9
8. Recursos didácticos.....	11
9. Otra información.....	12

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	55001083 - El Método de los Elementos Finitos en Ingeniería
<b>No de créditos</b>	4.5 ECTS
<b>Carácter</b>	Optativa
<b>Curso</b>	Cuarto curso
<b>Semestre</b>	Séptimo semestre
<b>Período de impartición</b>	Septiembre-Enero
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	05TI - Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales
<b>Centro responsable de la titulación</b>	05 - Escuela Técnica Superior De Ingenieros Industriales
<b>Curso académico</b>	2022-23

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías *</b>
Pedro Galan Del Sastre (Coordinador/a)	Matemáticas	pedro.galan@upm.es	M - 09:30 - 11:30 X - 09:30 - 10:30 X - 12:30 - 13:30 J - 11:30 - 13:30

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Conocimientos previos recomendados

---

### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Ecuaciones En Derivadas Parciales Y Análisis De Fourier
- Fundamentos De Programacion
- Ampliacion De Calculo
- Ecuaciones Diferenciales
- Matematicas De La Especialidad Matemática Industrial

### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

CE22I - Capacidad de comprender y utilizar en la práctica el Método de los Elementos Finitos.

CG1 - Conocer y aplicar conocimientos de ciencias y tecnologías básicas a la práctica de la Ingeniería Industrial.

CG10 - Capacidad para generar nuevas ideas (Creatividad).

CG3 - Aplicar los conocimientos adquiridos para identificar, formular y resolver problemas dentro de contextos amplios y multidisciplinares, siendo capaces de integrar conocimientos, trabajando en equipos multidisciplinares.

CG5 - Saber comunicar los conocimientos y conclusiones, de forma oral, escrita y gráfica, a públicos especializados y no especializados de un modo claro y sin ambigüedades.

CG6 - Poseer habilidades de aprendizaje que permitan continuar estudiando a lo largo de la vida para su adecuado desarrollo profesional.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA259 - Desarrollar una habilidad razonable para manejar Matlab que es una herramienta informática muy útil en todo este tipo de problemas.

RA256 - Plantear en términos matemáticos problemas físicos y de ingeniería.

RA261 - Aprender a interpretar los resultados obtenidos por los métodos numéricos.

RA257 - Resolver numéricamente (de forma aproximada) problemas cuya solución analítica es imposible o demasiado costosa. Evaluar el alcance de las aproximaciones.

RA258 - Interpretar en términos físicos los resultados obtenidos y ser capaz de extraer consecuencias y de realizar predicciones en base a esos resultados.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

La asignatura se ocupa de la aplicación de los métodos numéricos para resolver problemas de la ingeniería industrial que previamente se han formulado en términos de ecuaciones diferenciales. Los objetivos de la asignatura son los siguientes:

- Construir y analizar algunos algoritmos numéricos para resolver problemas matemáticos formulados en ecuaciones en derivadas parciales.
- Utilización del ordenador como herramienta de cálculo en la resolución de problemas.

La herramienta principal que se estudiará en la asignatura es el Método de Elementos Finitos (MEF). En la asignatura se desarrollará la teoría necesaria para entender correctamente este método y se prestará especial atención a la implementación del método utilizando como entorno de trabajo MatLab.

## 5.2. Temario de la asignatura

1. Interpolación a trozos por elementos finitos en un intervalo de la recta real
  - 1.1. Partición del intervalo. El espacio de elementos finitos asociado a una partición
  - 1.2. Bases elementales y globales. Elemento de referencia. Representación global del polinomio de interpolación a trozos
  - 1.3. Fórmula de error del polinomio de interpolación a trozos
2. Interpolación en el plano por elementos finitos conformes
  - 2.1. Partición del dominio en triángulos o cuadriláteros. Polinomio de interpolación de Lagrange en un triángulo o cuadrilátero
  - 2.2. El espacio de elementos finitos asociado a una partición. Elementos de referencia. Bases en los elementos de referencia. Bases locales y globales
  - 2.3. Fórmula de error del polinomio de interpolación
3. Integración numérica en el plano
  - 3.1. Reglas de cuadratura en un dominio rectangular: trapecios, Simpson
  - 3.2. Reglas de cuadratura de Gauss-Legendre en elementos de tipo cuadrilátero
  - 3.3. Reglas de cuadratura de Gauss-Legendre en elementos de tipo triángulo
4. Ecuaciones en Derivadas Parciales lineales de segundo orden. Marco funcional
  - 4.1. Problemas elípticos, parabólicos e hiperbólicos: algunos ejemplos en física e ingeniería
  - 4.2. Derivada débil. Los espacios funcionales
  - 4.3. Solución clásica. Solución débil. Forma bilineal y funcional lineal asociado a la formulación débil. Existencia y unicidad de solución débil
5. Problemas elípticos. Resolución numérica mediante el método de elementos finitos
  - 5.1. Formulación de la solución de elementos finitos. Formulación matricial
  - 5.2. Error de la solución de elementos finitos
  - 5.3. Resolución numérica del problema elíptico
  - 5.4. Aplicaciones: problemas estacionarios de transmisión del calor y elastostática
6. Problemas parabólicos. Resolución numérica mediante el método de elementos finitos
  - 6.1. El problema parabólico modelo: la ecuación del calor
  - 6.2. Solución clásica y solución débil. Propiedades

- 6.3. Discretización temporal: método de Euler, Crank-Nicolson
- 6.4. Estabilidad de la solución numérica. Error de la solución de elementos finitos
- 6.5. Resolución numérica de la ecuación del calor
- 7. Problemas hiperbólicos. Resolución numérica mediante el método de elementos finitos
  - 7.1. El problema hiperbólico modelo: la ecuación de ondas
  - 7.2. Solución clásica y solución débil. Propiedades
  - 7.3. Discretización de la derivada temporal por esquemas explícitos y por el esquema de Newmark
  - 7.4. Estabilidad de la solución numérica. Error de la solución numérica
  - 7.5. Resolución numérica de la ecuación de ondas
  - 7.6. Aplicaciones: el problema de la elastodinámica
- 8. Otras aplicaciones del método de elementos finitos
  - 8.1. Aplicación al flujo fluido viscoso: el problema de Stokes
  - 8.2. Introducción al método de elementos finitos en problemas no lineales

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 1</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
2	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 1</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
3	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 2</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 2</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
4	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 2</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	<b>Práctica de computación científica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		<b>Evaluación práctica de computación científica</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00
	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 3</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
5	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 3</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 3</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
6	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 4</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
	<b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 4</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			

7	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 4</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 4</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Práctica de computación científica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Evaluación práctica de computación científica</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
8	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 5</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Realización de una prueba escrita individual</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
9	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 5</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
10	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 6</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 6</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
11	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 6</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 6</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Práctica de computación científica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Evaluación práctica de computación científica</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
12	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 7</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 7</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
13	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 7</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 7</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
14	<p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 8</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Desarrollo teórico y práctico del Tema 8</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Entrega de trabajo escrito</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua No presencial Duración: 00:00</p>

15				
16				
17				<b>Realización de una prueba escrita global sobre el contenido de toda la asignatura</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:30  <b>Realización de una prueba escrita global sobre el contenido de toda la asignatura</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 02:30

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
4	Evaluación práctica de computación científica	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	5%	0 / 10	CG1 CG3 CG10 CG6
7	Evaluación práctica de computación científica	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	5%	0 / 10	CG1 CG3 CG10 CG6
8	Realización de una prueba escrita individual	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	30%	0 / 10	CG1 CG3 CG10 CE22I CG6
11	Evaluación práctica de computación científica	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	10%	0 / 10	CG1 CG3 CG10 CE22I CG6
14	Entrega de trabajo escrito	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	No Presencial	00:00	10%	0 / 10	CG1 CG3 CG5 CG10 CE22I CG6
17	Realización de una prueba escrita global sobre el contenido de toda la asignatura	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	40%	0 / 10	CG1 CG3 CG5 CG10 CE22I CG6

#### 7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Realización de una prueba escrita global sobre el contenido de toda la asignatura	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	100%	5 / 10	CG5 CG10 CE22I CG6 CG1 CG3

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Realización de una prueba escrita global sobre el contenido de toda la asignatura	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	100%	5 / 10	CG1 CG3 CG5 CG10 CE22I CG6

## 7.2. Criterios de evaluación

La **evaluación progresiva** de la asignatura se divide de la siguiente manera:

- Un 30% correspondiente con la entrega y exposición de trabajos escritos y a la realización de prácticas de computación científica (P=nota sobre 10). Tanto las prácticas como el trabajo son obligatorios y no recuperables.
- Un 30% correspondiente a una primera prueba escrita que se realizará aproximadamente a mitad de curso (T=nota sobre 10).
- Un 40% correspondiente a una segunda prueba escrita que se celebrará conjuntamente con el examen global en la fecha establecida por Subdirección de Estudios para la convocatoria ordinaria (N=nota sobre 10).

**Observaciones a la evaluación:**

- Para aprobar la asignatura será necesario superar la prácticas de la evaluación progresiva.
- Si se superan las prácticas, entonces la calificación en acta se calculará mediante la fórmula:  
 $\text{máx}\{0,3*P+0,3*T+0,4*N; N\}$ .

Las pruebas de evaluación realizadas tanto como parte de la evaluación progresiva como en la convocatoria ordinaria y extraordinaria serán de tipo teórico y práctico.

## 8. Recursos didácticos

---

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Material sobre Matlab	Bibliografía	El profesor proporcionará, a través de la plataforma Moodle, material sobre Matlab que permita que el alumno se inicie en la programación en este lenguaje.
Bibliografía	Bibliografía	El profesor proporcionará referencias a libros en los que se puede completar y expandir los contenidos vistos en clase.

## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura

La modalidad de docencia a impartir se corresponderá en cada momento con lo que establezca la normativa/legislación vigente.