



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

PROCESO DE
COORDINACIÓN DE LAS
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros
Informaticos

ANX-PR/CL/001-01

GUÍA DE APRENDIZAJE

ASIGNATURA

105000161 - Ecuaciones En Derivadas Parciales Y Simulación Numérica

PLAN DE ESTUDIOS

10ML - Grado En Matematicas E Informática

CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2022/23 - Primer semestre

Índice

Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	3
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	8
8. Recursos didácticos.....	12
9. Otra información.....	13

1. Datos descriptivos

1.1. Datos de la asignatura

Nombre de la asignatura	105000161 - Ecuaciones en Derivadas Parciales y Simulación Numérica
No de créditos	6 ECTS
Carácter	Optativa
Curso	Cuarto curso
Semestre	Séptimo semestre
Período de impartición	Septiembre-Enero
Idioma de impartición	Castellano
Titulación	10ML - Grado en Matematicas e Informática
Centro responsable de la titulación	10 - Escuela Tecnica Superior De Ingenieros Informaticos
Curso académico	2022-23

2. Profesorado

2.1. Profesorado implicado en la docencia

Nombre	Despacho	Correo electrónico	Horario de tutorías *
Javier Lopez De La Cruz (Coordinador/a)	1312	javier.lopez.delacruz@upm.es	Sin horario.
Juan Angel Rojo Carulli	1302	juan.rojo.carulli@upm.es	Sin horario.

* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

3. Conocimientos previos recomendados

3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Ecuaciones Diferenciales
- Calculo I
- Calculo II

3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Matemáticas e Informática no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

4. Competencias y resultados de aprendizaje

4.1. Competencias

CE43 - Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo.

CG01 - Capacidad de resolución de problemas aplicando conocimientos de matemáticas, ciencias e ingeniería.

CG02 - Capacidad para el aprendizaje autónomo y la actualización de conocimientos, y reconocimiento de su necesidad en las áreas de la matemática y la informática.

CG05 - Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.

CG06 - Capacidad para trabajar dentro de un equipo, organizando, planificando, tomando decisiones, negociando y resolviendo conflictos, relacionándose, y criticando y haciendo autocrítica.

CG10 - Capacidad para usar las tecnologías de la información y la comunicación.

4.2. Resultados del aprendizaje

RA104 - Dado un campo de aplicación de las matemáticas o de la informática, evaluar y diseñar la solución más apropiada para resolver alguno de sus problemas, exponiendo las dificultades técnicas y los límites de la aplicación.

RA192 - Manejo de software matemático que ayude a resolver numéricamente problemas de la vida real descritos mediante ecuaciones en derivadas parciales

RA193 - Modelizar matemáticamente problemas de la vida real mediante ecuaciones en derivadas parciales y conocer las técnicas para resolverlos.

5. Descripción de la asignatura y temario

5.1. Descripción de la asignatura

El estudio de fenómenos de la vida real es, especialmente desde hace unas décadas, uno de los objetivos presentes en las pesquisas de gran cantidad de investigadores de multitud de áreas, no sólo Matemáticas sino también otras de ciencias aplicadas. En este proceso, el modelado de tales fenómenos es clave, así como lo es el conocimiento de diferentes técnicas y herramientas matemáticas que permitan abordar su estudio. Merece la pena destacar que, en gran parte de las ocasiones, los fenómenos reales se modelan mediante ecuaciones en derivadas parciales, dado que en la vida real los fenómenos dependen generalmente del tiempo y, en multitud de situaciones, también del espacio.

La asignatura "**Ecuaciones en derivadas parciales y simulación numérica**" pretende ofrecer a los estudiantes una introducción al modelado, al estudio en el sentido clásico y a la posterior simulación numérica de los tres grandes tipos de ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden que existen: las parabólicas, las hiperbólicas y las elípticas.

Comenzaremos con las ecuaciones **parabólicas**, considerando la **ecuación del calor unidimensional**. Una vez deducida la ecuación, se presentará el **método de separación de variables**, así como algunos resultados de convergencia de series de Fourier que serán de vital importancia para encontrar la solución explícita de la ecuación en estudio. Estudiaremos también resultados de unicidad de solución y el efecto regularizante que posee la ecuación del calor. Además, se introducirá el uso de la transformada de Fourier y la aplicación a la resolución de la ecuación del calor unidimensional con dominio temporal no acotado.

Posteriormente continuaremos con las ecuaciones **hiperbólicas**, centrándonos en la **ecuación de ondas unidimensional**. En este caso, tras deducir la ecuación, presentaremos la Fórmula de D'Alembert, que permitirá resolver de forma explícita el problema de Cauchy para la ecuación de ondas, así como un resultado de unicidad de solución. Además, se estudiará el problema de Cauchy-Dirichlet para la ecuación de ondas por medio del **método de las características** y resultados de unicidad de solución. Finalizaremos este tema tratando la ecuación de ondas no homogénea, para la cual haremos uso del principio de Duhamel.

Más adelante consideraremos el último gran tipo de ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden, las **elípticas**, donde abordaremos la **ecuación de Laplace y la de Poisson**. En este caso introduciremos el operador laplaciano y diferentes resultados teóricos que serán clave para abordar el resto del tema, como las Identidades de Green y el Principio del Máximo. Estudiaremos la solución fundamental de la ecuación de Laplace, así como la fórmula de representación de Green, la función de Green y la fórmula integral de Poisson, herramientas que nos permitirán resolver el problema de Dirichlet para la ecuación de Laplace. Después consideraremos el problema de Dirichlet para la ecuación de Poisson, introduciendo para ello el potencial newtoniano. Finalizaremos este tema estudiando cómo obtener la función de Green en dominios con simetría.

Finalmente, se tratarán **métodos de diferencias finitas** para la resolución numérica de ecuaciones en derivadas parciales, implementando tales métodos en algún software matemático. Esto permitirá a los estudiantes complementar el estudio teórico realizado en los temas precedentes, así como proveerles de una potente herramienta que puede ayudarles a proporcionar información detallada acerca del fenómeno en estudio.

5.2. Temario de la asignatura

1. Introducción a las ecuaciones en derivadas parciales
 - 1.1. Motivación y definiciones básicas.
 - 1.2. Clasificación de ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden.
 - 1.3. Problemas de valores iniciales, problemas de contorno y problemas mixtos.
 - 1.4. Ejemplos.
2. Ecuaciones en derivadas parciales parabólicas. La ecuación del calor unidimensional
 - 2.1. Modelado matemático de la ecuación del calor unidimensional.
 - 2.2. El método de separación de variables.
 - 2.3. Resultados de convergencia para series de Fourier.
 - 2.4. Unicidad de solución de la ecuación del calor unidimensional.
 - 2.5. El efecto regularizante.
 - 2.6. Transformada de Fourier. Resolución de la ecuación del calor con dominio temporal no acotado.

3. Ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas. La ecuación de ondas unidimensional

3.1. Modelado de la ecuación de ondas unidimensional.

3.2. El problema de Cauchy. Fórmula de D'Alembert. Unicidad.

3.3. El problema de Cauchy-Dirichlet. El método de las características. Unicidad: método de la energía.

3.4. Ecuación de ondas no homogénea. El principio de Duhamel.

4. Ecuaciones en derivadas parciales elípticas. La ecuación de Laplace y de Poisson

4.1. El operador laplaciano. El problema de Dirichlet para la ecuación de Laplace y de Poisson. Identidades de Green.

4.2. El principio del máximo. Unicidad de solución del problema de Dirichlet.

4.3. Solución fundamental de la ecuación de Laplace.

4.4. Fórmula de representación de Green. Función de Green.

4.5. Resolución del problema de Dirichlet. Fórmula integral de Poisson.

4.6. El problema de Dirichlet para la ecuación de Poisson. Potencial newtoniano.

4.7. Cálculo de la función de Green en dominios con simetría.

5. Resolución numérica de ecuaciones en derivadas parciales

5.1. Método de diferencias finitas para ecuaciones parabólicas.

5.2. Método de diferencias finitas para ecuaciones hiperbólicas.

5.3. Método de diferencias finitas para ecuaciones elípticas.

6. Cronograma

6.1. Cronograma de la asignatura *

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
2	Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
3	Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
4	Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
5	Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales parabólicas (no recuperable) TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación continua No presencial Duración: 01:00
6	Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
7	Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
8	Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
9	Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
10	Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas (no recuperable) TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación continua No presencial Duración: 01:00

11	<p>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
12	<p>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
13	<p>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
14	<p>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
15	<p>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
16	<p>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			<p>Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales elípticas (no recuperable) TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación continua No presencial Duración: 01:00</p>
17				<p>Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones en derivadas parciales TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua No presencial Duración: 01:00</p> <p>Prueba de evaluación escrita Examen final EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 03:00</p>

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

7. Actividades y criterios de evaluación

7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
5	Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales parabólicas (no recuperable)	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	01:00	10%	0 / 10	CE43 CG01 CG05 CG02
10	Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas (no recuperable)	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	01:00	10%	0 / 10	CE43 CG01 CG05 CG02
16	Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales elípticas (no recuperable)	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	01:00	10%	0 / 10	CE43 CG01 CG05 CG02
17	Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones en derivadas parciales	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	No Presencial	01:00	20%	0 / 10	CE43 CG06 CG01 CG05 CG10

7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Prueba de evaluación escrita Examen final	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	50%	0 / 10	CG01 CG05

7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
-------------	-----------	------	----------	-----------------	-------------	------------------------

Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones en derivadas parciales	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	01:00	20%	0 / 10	CE43 CG06 CG01 CG05 CG10
Prueba de evaluación escrita Examen final	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	50%	0 / 10	CG01 CG05

7.2. Criterios de evaluación

CONVOCATORIA ORDINARIA DE FEBRERO

La calificación final de la asignatura en esta convocatoria se calculará atendiendo a los siguientes porcentajes:

- 30% de la calificación en entregas progresivas de trabajos individuales ("**Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales parabólicas (no recuperable)**", "**Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas (no recuperable)**" y "**Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales elípticas (no recuperable)**") que se harán durante el desarrollo de la asignatura.
- 20% de la calificación en la entrega del trabajo en grupo "**Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones en derivadas parciales**".
- 50% de la calificación en la realización de una única prueba global de evaluación escrita "**Prueba de evaluación escrita Examen final**" que abarcará todo el temario de la asignatura.

Para poder aprobar la asignatura, se deberá obtener una calificación mayor o igual a 5 sobre 10 en la calificación final de la asignatura, obtenida aplicando los porcentajes correspondientes tal como se detalla anteriormente. En caso contrario, la calificación final será suspenso.

Descripción detallada de la evaluación:

Por un lado, durante el desarrollo de la asignatura se propondrán diferentes entregas progresivas de trabajos individuales. Estas entregas supondrán el 30% de la calificación final de la asignatura y tendrán como objetivos los siguientes:

1. Incentivar el trabajo progresivo durante todo el semestre en el que se imparte la asignatura.
2. Ayudar a los estudiantes a afianzar los conocimientos que se van impartiendo progresivamente durante el desarrollo de la asignatura.
3. Formar a los estudiantes en la redacción de trabajos con alto contenido matemático, especialmente a la

hora de expresar razonamientos e ideas de manera formal a un público especializado.

4. Adquisición de la competencia general CG02 "Capacidad para el aprendizaje autónomo y la actualización de conocimientos, y reconocimiento de su necesidad en las áreas de la matemática y la informática". Estos trabajos individuales requerirán resolver problemas de dificultad similar o ligeramente superior a los estudiados durante las clases. Por tanto, los estudiantes deberán adaptar los conocimientos adquiridos para aplicarlos a los problemas que aparecen en los trabajos individuales, lo que ayudará a la adquisición de la competencia general CG02 previamente mencionada.
5. Adquisición de la competencia específica CE43 "Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo". Estos trabajos individuales se deberán entregar de forma progresiva y con fechas límite que los estudiantes conocerán con suficiente antelación. Esto hará que deban organizarse y planificar su trabajo, favoreciendo así la adquisición de la competencia específica CE43 anteriormente mencionada.

Así, estas entregas de trabajos individuales, que supondrán el 30% de la calificación final de la asignatura, serán consideradas como **NO RECUPERABLES**. Tales entregas serán realizadas aproximadamente al final de cada uno de los grandes bloques temáticos de la asignatura (Temas 2, 3 y 4, ver sección correspondiente de esta guía de aprendizaje) y tendrán una fecha límite de entrega que será anunciada con antelación.

Por otra parte, el día del examen final de la convocatoria ordinaria (febrero) se realizará una única prueba global de evaluación escrita "**Prueba de evaluación escrita Examen final**" que abarcará todo el temario de la asignatura. Esta prueba global de evaluación escrita supondrá el 50% de la calificación final de la asignatura en esta convocatoria.

Además, el día del examen final de la convocatoria ordinaria (febrero) tendrá lugar la entrega del trabajo en grupo "**Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones en derivadas parciales**" que supondrá el 20% de la calificación final de la asignatura.

Observación: No se permitirá el uso de instrumentos electrónicos durante la realización de las pruebas de evaluación.

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA DE JULIO

La calificación final de la asignatura en esta convocatoria se calculará atendiendo a los siguientes porcentajes:

- 30% de la calificación en entregas progresivas de trabajos individuales ("**Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales parabólicas (no recuperable)**", "**Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas (no recuperable)**") y "**Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales**

elípticas (no recuperable)") que se hayan hecho durante el desarrollo de la asignatura.

- 20% de la calificación en la entrega del trabajo en grupo "**Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones en derivadas parciales**".
- 50% de la calificación en la realización de una única prueba global de evaluación escrita "**Prueba de evaluación escrita Examen final**" que abarcará todo el temario de la asignatura.

Para poder aprobar la asignatura, se deberá obtener una calificación mayor o igual a 5 sobre 10 en la calificación final de la asignatura, obtenida aplicando los porcentajes correspondientes tal como se detalla anteriormente. En caso contrario, la calificación final será suspenso.

Descripción detallada de la evaluación:

Tal como explicamos anteriormente en los criterios de evaluación correspondientes a la convocatoria ordinaria de febrero, las entregas progresivas de trabajos individuales ("**Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales parabólicas (no recuperable)**", "**Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas (no recuperable)**" y "**Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales elípticas (no recuperable)**") que se realizan durante el desarrollo de la asignatura serán consideradas como **NO RECUPERABLES**. Esto significa que para calcular el 30% de la calificación final de la asignatura correspondiente a estos trabajos individuales en esta convocatoria se tendrán en cuenta las calificaciones que se obtuvieron previamente en tales trabajos individuales durante el desarrollo de la asignatura.

Por otra parte, el día del examen final de la convocatoria extraordinaria (julio) se realizará una única prueba global de evaluación escrita "**Prueba de evaluación escrita Examen final**" que abarcará todo el temario de la asignatura. Esta prueba global de evaluación escrita supondrá el 50% de la calificación final de la asignatura en esta convocatoria.

Además, el día del examen final de la convocatoria extraordinaria (julio) tendrá lugar la entrega del trabajo en grupo "**Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones en derivadas parciales**" que supondrá el 20% de la calificación final de la asignatura en esta convocatoria. Los estudiantes que hayan entregado este trabajo en grupo previamente en la convocatoria ordinaria (febrero) del presente curso académico estarán exentos de hacer la entrega de este trabajo en grupo en la convocatoria extraordinaria (julio), tomándose como calificación del trabajo en grupo para la convocatoria extraordinaria (julio) la calificación obtenida previamente en el trabajo en grupo en la convocatoria ordinaria (febrero).

Observación: No se permitirá el uso de instrumentos electrónicos durante la realización de las pruebas de evaluación.

8. Recursos didácticos

8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Apuntes de la asignatura "Ecuaciones en Derivadas Parciales". Grado en Matemáticas. Universidad de Sevilla. Disponible online en la web https://personal.us.es/pmr/images/pdfs/edp-apuntes-antiguos.pdf	Recursos web	Apuntes sobre la teoría clásica de ecuaciones en derivadas parciales que proporcionan una guía cuyo contenido es bastante cercano al programa de la asignatura.
I. Peral Alonso. Primer Curso de Ecuaciones en Derivadas Parciales, Addison Wesley/Universidad Autónoma de Madrid (1995).	Bibliografía	Una versión de este libro está disponible online en formato apuntes en http://matematicas.uam.es/~ireneo.peral/libro.pdf
Sixto Romero, Francisco J. Moreno e Isabel M. Rodríguez. Introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales. Disponible online en la web https://www.uhu.es/sixto.romero/EDP_libro.pdf	Recursos web	Esta referencia proporciona información sobre métodos de diferencias finitas para ecuaciones en derivadas parciales. También contiene información acerca de la teoría clásica de ecuaciones en derivadas parciales, ejercicios propuestos y resueltos.
Javier Duoandikoetxea. Lecciones sobre las series y transformadas de Fourier. Disponible online en la web https://www.ugr.es/~acanada/docencia/matematicas/analisisdefourier/Duoandikoetxeafourier.pdf	Recursos web	Este manual contiene información detallada sobre las series de Fourier y la transformada de Fourier con aplicaciones a las ecuaciones en derivadas parciales que se estudian en la asignatura.
H. F. Weinberger. Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales, Reverté (1970).	Bibliografía	Libro que contiene información acerca de la teoría clásica de ecuaciones en derivadas parciales, series de Fourier, transformada de Fourier y métodos numéricos de resolución de ecuaciones en derivadas parciales.

D. G. Zill. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado. Cengage learning, novena edición (2009).	Bibliografía	Este libro contiene modelado de problemas reales con ecuaciones diferenciales, así como la teoría necesaria para abordar su estudio y métodos de resolución numérica.
Moodle	Recursos web	Se pondrá a disposición de los estudiantes la plataforma Moodle donde se ofrecerá material para el desarrollo de la asignatura.

9. Otra información

9.1. Otra información sobre la asignatura

La planificación del cronograma es orientativa y podría sufrir cambios.