



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

PROCESO DE
COORDINACIÓN DE LAS
ENSEÑANZAS PR/CL/001

Escuela Politécnica de
Enseñanza Superior

ANX-PR/CL/001-01

GUÍA DE APRENDIZAJE

ASIGNATURA

305000101 - Cálculo En Una Variable

PLAN DE ESTUDIOS

30GM - Grado En Matematicas

CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2022/23 - Primer semestre

Índice

Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	7
7. Actividades y criterios de evaluación.....	10
8. Recursos didácticos.....	15
9. Otra información.....	16

1. Datos descriptivos

1.1. Datos de la asignatura

Nombre de la asignatura	305000101 - Cálculo en una Variable
No de créditos	7.5 ECTS
Carácter	Básica
Curso	Primer curso
Semestre	Primer semestre
Período de impartición	Septiembre-Enero
Idioma de impartición	Castellano
Titulación	30GM - Grado en Matematicas
Centro responsable de la titulación	30 - Escuela Politecnica De Enseñanza Superior
Curso académico	2022-23

2. Profesorado

2.1. Profesorado implicado en la docencia

Nombre	Despacho	Correo electrónico	Horario de tutorías *
M. Angeles Rincon Ortega (Coordinador/a)		angeles.rincon@upm.es	M - 10:30 - 12:30 X - 10:30 - 14:30
Juan Antonio Alonso Miguel		juanantonio.alonso@upm.es	Sin horario. Las tutorías se fijarán al principio de curso.

* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

3. Conocimientos previos recomendados

3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

El plan de estudios Grado en Matemáticas no tiene definidas asignaturas previas recomendadas para esta asignatura.

3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

- Nociones básicas de Álgebra lineal (aplicaciones lineales, matrices y determinantes).
- Geometría analítica, trigonometría, combinatoria y funciones elementales.
- Nociones a nivel de Bachillerato sobre cálculo diferencial y cálculo integral para funciones reales de una variable real.

4. Competencias y resultados de aprendizaje

4.1. Competencias

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio

CB2 - Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio

CB3 - Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética

CB4 - Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado

CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar propiedades en distintos

campos de la Matemática, para construir argumentaciones, elaborar cálculos y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE2 - Conocer y comprender demostraciones rigurosas de los principales teoremas de cada área de la Matemática y extraer de ellos corolarios mediante la particularización a casos concretos.

CE3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE4 - Abstractar las propiedades estructurales de objetos matemáticos, de la realidad observada o de otros ámbitos distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales.

CE5 - Comprobar con demostraciones hipótesis sobre un objeto matemático o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CE7 - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y tecnologías de computación, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

CG1 - Identificar la naturaleza, métodos y fines de los distintos campos de la Matemática y asociarlos con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.

CG3 - Utilizar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso desarrolladas a través del estudio de la Matemática en contextos tanto matemáticos como no matemáticos.

CG4 - Utilizar los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

CG5 - Sintetizar conocimientos y habilidades adquiridas en el campo de la matemática en diferentes materias del plan de estudios para enfocarlas en posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos matemáticos.

4.2. Resultados del aprendizaje

RA23 - Relacionar las características gráficas de una función con sus propiedades y expresión analítica.

RA19 - Identificar las propiedades del conjunto de los números reales y su topología.

RA20 - Analizar las propiedades de una función continua en un dominio.

RA62 - Reconocer y manejar el concepto de límite. En particular, reconocer la derivada como tasa de variación y la integral de Riemann como límite de sumas.

RA27 - Calcular derivadas e integrales y utilizarlas en problemas aplicados.

RA25 - Resolver problemas de optimización.

RA26 - Identificar, formular y probar resultados relativos al concepto de derivada e integral.

RA24 - Aproximar localmente funciones mediante el polinomio de Taylor y estimar el error cometido.

RA63 - ? Determinar la convergencia de sucesiones, de series numéricas, de series de potencias y de integrales impropias.

5. Descripción de la asignatura y temario

5.1. Descripción de la asignatura

La realización de estudios científico-técnicos y concretamente del grado de Matemáticas, requiere de una sólida base de conocimientos en Cálculo de una variable que dotará al alumno de las competencias y habilidades relacionadas con los métodos del cálculo diferencial e integral en una variable.

Los conocimientos adquiridos en Cálculo son fundamentales para la formación de los estudiantes del grado y les facultarán para asimilar las asignaturas que se imparten posteriormente.

El curso pretende:

- Acostumbrar al alumno al razonamiento inductivo-intuitivo, mostrando a través de situaciones geométricas, físicas o económicas la necesidad de construir las correspondientes nociones matemáticas.

- Adiestrar el razonamiento lógico típico del Cálculo.

- Dotar al alumno de un sólido conocimiento y manejo de funciones de una variable, así como de una destreza razonable en los cálculos con límites, derivadas e integrales de dichas funciones.
- Mostrar conexiones que a nivel elemental unen el Cálculo con otras disciplinas como la Física, la Economía o la Ingeniería.

Para la consecución de estos objetivos se enunciarán y demostrarán con rigor teoremas y proposiciones, procurando motivar los resultados cuando ello sea posible. Se ilustrará la teoría expuesta mediante problemas de aplicación.

5.2. Temario de la asignatura

1. Números reales.

- 1.1. Los números naturales, enteros, racionales y reales. El valor absoluto de un número real.
- 1.2. La recta real: relación de orden, desigualdades e intervalos. Máximo, mínimo, supremo e ínfimo de un conjunto. Conjuntos acotados: propiedad del supremo. Densidad de los racionales en los reales.

2. Sucesiones y límites de sucesiones.

- 2.1. Definiciones de sucesión y límite de una sucesión. Unicidad del límite. Propiedades de los límites. Límite de la suma, del producto y del cociente de dos sucesiones. Límites infinitos.
- 2.2. Convergencia de sucesiones monótonas. El número e . Sucesiones de Cauchy. Completitud de \mathbb{R} . Sucesiones definidas mediante una aplicación contractiva.

3. Funciones de variable real. Límites y continuidad de funciones.

- 3.1. Noción de función. Tipos de funciones. Operaciones elementales con funciones. Función inversa. Funciones elementales.
- 3.2. Continuidad en un punto. Límite de una función en un punto. Convergencia y continuidad. Álgebra de funciones continuas.
- 3.3. Continuidad en un intervalo. Teorema de Bolzano. Teorema de los valores intermedios. Teorema de Weierstrass. Continuidad uniforme. Continuidad de la inversa.

4. Derivabilidad de funciones.

- 4.1. Definición de derivada. Tangente a una curva. Derivabilidad y continuidad. Derivadas laterales.

Derivadas sucesivas.

4.2. Reglas de derivación. Regla de la cadena. Derivada de la función inversa. Regla de Leibniz. Derivadas de las funciones elementales.

4.3. Condición necesaria de extremo local. El teorema de Rolle. Separación de ceros. Teorema del valor medio de Lagrange. Funciones con derivada nula y funciones con derivada positiva en un intervalo. Condiciones suficientes de extremo local.

4.4. Límites indeterminados. Regla de L'Hôpital.

4.5. Funciones convexas. Propiedades de las funciones convexas. Convexidad y derivación.

4.6. Aplicaciones: Representación gráfica de funciones. Método de Newton-Raphson.

5. Polinomio de Taylor. Estudio local de funciones.

5.1. Ordenación de un polinomio en potencias de $x-a$. Definición de polinomio de Taylor de una función. Polinomios de Taylor de funciones elementales. Álgebra de los polinomios de Taylor.

5.2. Fórmula de Taylor con resto infinitesimal. Restos de Lagrange y Cauchy. Acotaciones del resto. Estudio local de funciones.

6. Integral de Riemann.

6.1. Particiones de un intervalo. Sumas superiores e inferiores. Funciones integrables-Riemann. Criterio de integrabilidad.

6.2. Propiedades de la integral: linealidad de la integral. Integrabilidad del producto. Monotonía de la integral. El promedio integral. Acotación modular.

6.3. Integrabilidad de las funciones continuas. El teorema del valor medio. Cálculo elemental de primitivas.

6.4. Integrales sobre intervalos no acotados. Integrales de integrandos no acotados. Criterios de convergencia.

6.5. Aplicaciones de la integral: Cálculo de longitudes, áreas y volúmenes. Cálculo de masa, centroides y momentos. Nociones básicas de ecuaciones diferenciales ordinarias.

7. Series numéricas. Series de potencias.

7.1. Definición de serie numérica. Noción de convergencia. Algunas series notables: la serie geométrica y la serie armónica. Condiciones de convergencia. Operaciones elementales con series.

7.2. Series de términos no negativos: criterios de convergencia

7.3. Series alternadas: el criterio de Leibniz. Estimación de la suma de una serie alternada convergente. La constante de Euler. Series absolutamente convergentes.

7.4. Definición de serie de potencias. Radio de convergencia. Fórmula de Cauchy-Hadamard. Álgebra de las series de potencias. Derivación e integración de una serie de potencias. Teorema de Abel. Series de Taylor.

6. Cronograma

6.1. Cronograma de la asignatura *

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p>Presentación de la asignatura Duración: 01:00 OT: Otras actividades formativas</p> <p>Tema 1: Los números reales Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejercicios y problemas relacionados con el tema 1 Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
2	<p>Tema 1: Los números reales Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 2: Sucesiones y límites de sucesiones Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejercicios y problemas relacionados con el tema 2 Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
3	<p>Tema 2: Sucesiones y límites de sucesiones Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejercicios y problemas relacionados con el tema 2 Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p>Tema 3: Funciones de variable real. Límites y continuidad Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
4	<p>Tema 3: Funciones de variable real. Límites y continuidad Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejercicios y problemas relacionados con el tema 3 Duración: 03:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			

5	<p>Tema 3: Funciones de variable real. Límites y continuidad Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejercicios y problemas relacionados con el tema 3 Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Trabajo colaborativo TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
6	<p>Tema 4: Derivabilidad de funciones Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejercicios y problemas relacionados con el tema 4 Duración: 03:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
7	<p>Tema 4: Derivabilidad de funciones Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejercicios y problemas relacionados con el tema 4 Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p>Práctica con ordenador Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p>Práctica con ordenador EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
8	<p>Tema 4: Derivabilidad de funciones Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejercicios y problemas relacionados con el tema 4 Duración: 03:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
9	<p>Tema 5: Polinomio de Taylor Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejercicios y problemas relacionados con el tema 5 Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Prueba de evaluación 1 EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
10	<p>Tema 6: Integral de Riemann Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejercicios y problemas relacionados con el tema 6 Duración: 03:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
11	<p>Tema 6: Integral de Riemann Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Ejercicios y problemas relacionados con el tema 6 Duración: 03:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			

12	Tema 7:Series numéricas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 7: Series numéricas Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			Trabajo colaborativo TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 02:00
13	Tema 7:Series numéricas Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 7: Series numéricas Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas	Práctica con ordenador Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		Práctica con ordenador EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas Evaluación continua Presencial Duración: 00:00
14	Tema 7:Series de potencias Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 7: Series de potencias Duración: 03:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
15	Repaso general Duración: 04:00 OT: Otras actividades formativas			Presentación de trabajos PG: Técnica del tipo Presentación en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 02:00
16				
17				Prueba de evaluación 2 EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00 Examen global EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 02:30

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

7. Actividades y criterios de evaluación

7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
5	Trabajo colaborativo	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	02:00	10%	/ 10	CG4 CE2 CE1
7	Práctica con ordenador	EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas	Presencial	00:00	%	/ 10	CE7
9	Prueba de evaluación 1	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	30%	/ 10	CG3 CG4 CE2 CE4 CE1 CE5
12	Trabajo colaborativo	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	02:00	10%	/ 10	CG4 CE2 CE1
13	Práctica con ordenador	EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas	Presencial	00:00	%	/ 10	CE7
15	Presentación de trabajos	PG: Técnica del tipo Presentación en Grupo	Presencial	02:00	10%	/ 10	CG3 CE1
17	Prueba de evaluación 2	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	40%	4 / 10	CG3 CG4 CG5 CE2 CE3 CE4 CE7 CE1 CE5 CG1

7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen global	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	100%	5 / 10	CG3 CG4 CG5 CE2 CE3 CE4 CE7 CE1 CE5 CG1

7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	100%	5 / 10	CG5 CE2 CG3 CG4 CE3 CE4 CE7 CE1 CE5 CG1

7.2. Criterios de evaluación

El sistema de evaluación será común para todos los alumnos.

Se establece la evaluación progresiva como el sistema de evaluación que contribuye a favorecer el aprendizaje del estudiante y el logro de los resultados de aprendizaje y la adquisición de las competencias correspondientes.

En las actividades que se llevarán a cabo dentro de este método se tratará de resolver problemas y cuestiones principalmente prácticas.

La **evaluación progresiva** se realiza durante todo el curso y se valoran los siguientes conceptos (% de la nota final):

Trabajos colaborativos (20%)

Prueba 1 (P1)- Noviembre (30%)

Prueba 2 (P2)- Enero (40%)

Trabajo de investigación (10%)

Los **trabajos colaborativos** (TC1 y TC2) pretenden fomentar la cooperación entre los estudiantes trabajando en equipo, impulsando su intuición y creatividad aunque al comienzo apliquen sus conocimientos matemáticos con poco rigor. Los grupos se formarán a principio de curso.

La **primera prueba** (P1) puede constar de preguntas de tipo test y/o problemas de distinta índole para que los alumnos los desarrollen y resuelvan con el detalle adecuado con el fin de verificar que han comprendido los conceptos y teoremas.

En la **segunda prueba** (P2) se propondrán problemas más elaborados y se valorará el desarrollo de las respuestas teniendo en cuenta el rigor en el razonamiento y el formalismo matemático de los procedimientos seguidos.

Señalar que las pruebas no son eliminatorias, de forma que en cada una de ellas se examina de todo el temario que se ha ido explicando durante el curso hasta el momento en que se realiza dicha prueba.

Los alumnos realizarán **trabajos de investigación** (TI) sobre un tema, bien elegido por ellos, bien propuesto por el profesor, en los que se evaluará tanto su contenido como la calidad expositiva del ponente.

La **evaluación global** consistirá en un examen global y de recuperación de la asignatura en enero que constará de dos partes

Parte 1: Para recuperar la prueba 1.

Parte 2: Para todos los alumnos, que realizarán la prueba 2 (P2)

En la nota (N) de la convocatoria del cuatrimestre en el que se desarrolla la docencia se tomará el mayor de los dos valores siguientes:

a. La nota obtenida en el examen global (G).

b. La nota obtenida mediante la suma de las actividades $S=0,1*TC1+0,1*TC2+0,3*P1+0,4*P2+0,1*TI$ siempre que $P2 \geq 4$.

Por tanto, todos los alumnos podrán presentarse al examen global y la calificación final se calculará a partir de la mejor nota entre la lograda progresivamente y la prueba global ($N=\max(G, S)$).

Si sucediese que $S > G$ pero $P2$ es menor que 4, entonces la nota final será el mínimo entre los valores S y 4.

Las **prácticas con ordenador** son obligatorias, cada una tendrá un peso del 5% y aprobarlas es imprescindible para aprobar la asignatura.

En cualquiera de las convocatorias y en los casos en que $N \geq 5,0$ (alumnos aprobados), se considerará la nota obtenida en las prácticas de ordenador (PO) -si estas están aprobadas-, para incrementar al alza la **calificación final** (NF) que será:

$NF=N+PO$ si $PO \geq 0,5$.

El aprobado en las prácticas se conservará hasta la convocatoria extraordinaria del curso 2022-23.

Examen extraordinario

Examen único de 2h 30' de duración en el que entra todo el temario.

El aprobado se obtendrá si la calificación obtenida en dicho examen es mayor o igual que cinco, y las prácticas han sido aprobadas.

Si un alumno aprobase el examen pero tuviese las prácticas suspensas, se le realizará un examen de recuperación de las mismas.

Observaciones

El cronograma de la asignatura es orientativo; las fechas de los trabajos grupales y prácticas de ordenador pueden sufrir variaciones.

8. Recursos didácticos

8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
SPIVAK, M. "Calculus" Ed. Reverté (2012)	Bibliografía	Texto de Cálculo prestigioso que estimula la intuición con formulación rigurosa y precisa.
ADAMS, R. A. y ESSEX, C. "Calculus: A complete course", Ed. Pearson (2018)	Bibliografía	Texto con explicaciones, ejemplos y ejercicios.
DE BURGOS, J. "Cálculo Infinitesimal en una variable", Ed. Mc Graw-Hill (2007)	Bibliografía	Texto con colección de ejercicios y problemas resueltos.
STEWART, J. "Cálculo de una variable: transcendentales tempranas" Ed. Paraninfo (2010)	Bibliografía	Texto con numerosos ejercicios aplicados.
KOERNER, T. W. , "Calculus for the Ambitious" Ed. Cambridge University Press (2014)	Bibliografía	Texto avanzado con análisis más exhaustivos y diferentes.
Transparencias de Cálculo en una variable	Recursos web	Transparencias utilizadas en clase que facilitan el trabajo de los alumnos.
Tutorías	Otros	Atención individual y colectiva al estudiante, para orientarle en su estudio
Hojas de problemas	Otros	Cada tema dispondrá de problemas con distintos grados de dificultad

9. Otra información

9.1. Otra información sobre la asignatura

Los estudiantes dispondrán de los recursos didácticos de la asignatura a través en la plataforma Moodle de la universidad, que se utilizará también como medio de comunicación oficial entre el profesor y los alumnos.

Se fomentará el uso responsable de papel en la asignatura, por lo que la asignatura se relaciona con los ODS siguientes: ODS12 y ODS15.