



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

PROCESO DE
COORDINACIÓN DE LAS
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingeniería y Sistemas
de Telecomunicación

ANX-PR/CL/001-01

GUÍA DE APRENDIZAJE

ASIGNATURA

595000002 - Algebra Lineal

PLAN DE ESTUDIOS

59EC - Grado En Ingeniería Electronica De Comunicaciones

CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2022/23 - Primer semestre

Índice

Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
4. Descripción de la asignatura y temario.....	4
5. Cronograma.....	7
6. Actividades y criterios de evaluación.....	10
7. Recursos didácticos.....	12
8. Otra información.....	13

1. Datos descriptivos

1.1. Datos de la asignatura

Nombre de la asignatura	595000002 - Algebra Lineal
No de créditos	6 ECTS
Carácter	Básica
Curso	Primer curso
Semestre	Primer semestre
Período de impartición	Septiembre-Enero
Idioma de impartición	Castellano
Titulación	59EC - Grado en Ingeniería Electronica de Comunicaciones
Centro responsable de la titulación	59 - Escuela Tecnica Superior De Ingeniería Y Sistemas De Telecomunicacion
Curso académico	2022-23

2. Profesorado

2.1. Profesorado implicado en la docencia

Nombre	Despacho	Correo electrónico	Horario de tutorías *
Rafael Delgado Lopez (Coordinador/a)	A2108A	rafael.delgado@upm.es	Sin horario.
Rafael Jose Hernandez Heredero	A2106	rafael.hernandez.heredero@ upm.es	Sin horario.
Luis Felipe Rivero Garvia	A2108A	felipe.rivero@upm.es	Sin horario.

Maria Pilar Velasco Cebrian	A2104	mp.velasco@upm.es	Sin horario.
-----------------------------	-------	-------------------	--------------

* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

3. Competencias y resultados de aprendizaje

3.1. Competencias

CE B1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

CG 04 - Capacidad de abstracción, de análisis y de síntesis y de resolución de problemas.

CG 11 - Habilidades para la utilización de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones.

3.2. Resultados del aprendizaje

RA11 - Manejar con soltura el álgebra de matrices y vectores

RA1069 - Hallar la matriz de una aplicación lineal, de la composición de aplicaciones lineales y de la aplicación inversa

RA1068 - Calcular la dimensión y bases de un subespacio vectorial, en particular del núcleo e imagen de una aplicación lineal. Realizar cambios de base. Conocer las distintas formas de definir y calcular el rango de una matriz. Demostrar y aplicar el teorema del rango

RA1074 - Utilizando software matemático estudiar sistemas lineales, características de un conjunto de vectores, y de aplicaciones lineales, y calcular dimensiones y bases de subespacios vectoriales, coordenadas, proyecciones ortogonales y distancias

RA660 - Analizar y resolver sistemas de ecuaciones lineales utilizando la forma escalonada reducida de la matriz del sistema

RA3 - Reconocer la necesidad de abstracción para trasladar la información física de problemas a formas matemáticas que faciliten su resolución

RA2 - Comprender la necesidad de relacionar la intuición con la precisión y el rigor para formular y tratar las

cuestiones científicas y técnicas

RA4 - Adquirir destreza en el cálculo y conciencia de su necesidad para obtener resultados a través de la resolución de ejercicios y problemas

RA1072 - Diagonalizar ortogonalmente una matriz simétrica y aplicar el teorema espectral

RA1071 - Identificar un espacio vectorial y manejar los espacios vectoriales de polinomios, matrices, señales, polinomios trigonométricos y funciones en general, en especial calcular bases y coordenadas en estos espacios

RA1073 - Calcular la matriz de una aplicación lineal respecto a una base arbitraria. Conocer y calcular la relación de semejanza entre las distintas matrices de una aplicación lineal

RA1 - Adquirir capacidad de ordenar y relacionar ideas con ayuda de los métodos matemáticos

RA1076 - Calcular la proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio vectorial y distancias. Calcular las coordenadas en una base ortogonal directamente y mediante matrices ortogonales. Calcular la distancia entre un vector y un subespacio vectorial. Calcular una base ortogonal mediante el proceso de Gram-Schmidt. Calcular la solución mínimos cuadrados de un sistema. Calcular la recta de regresión

RA1077 - Resolver una ecuación diferencial lineal de segundo orden con coeficientes constantes

RA8 - Adquirir conocimientos básicos sobre los fundamentos teóricos de los espacios vectoriales

RA1070 - Caracterizar cuando un conjunto de vectores son un sistema de generadores, cuando son independientes y cuando forman una base. Caracterizar cuando una aplicación lineal es suprayectiva, cuando es inyectiva y cuando es invertible

4. Descripción de la asignatura y temario

4.1. Descripción de la asignatura

En esta asignatura se estudia álgebra lineal básica, dedicando especial atención a los cambios de base, a la diagonalización de matrices y al proyector ortogonal. Los contenidos teóricos se complementan con la resolución de problemas y con prácticas utilizando software matemático. En esta parte práctica se presentan algunas de las aplicaciones más significativas del álgebra a la ingeniería de Telecomunicación, estableciéndose conexiones con otras asignaturas.

4.2. Temario de la asignatura

1. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES
 - 1.1. Sistemas de ecuaciones lineales
 - 1.2. Reducción por filas y formas escalonadas
 - 1.3. Forma escalonada reducida y posiciones pivote
 - 1.4. Existencia y unicidad de soluciones
2. COMBINACIONES LINEALES
 - 2.1. Ecuaciones vectoriales y ecuaciones matriciales
 - 2.2. Combinaciones lineales
 - 2.3. Subespacio generado por un conjunto de vectores
 - 2.4. Caracterización de un sistema de generadores
 - 2.5. Expresión vectorial de las soluciones de un sistema lineal
 - 2.6. Independencia lineal
 - 2.7. Caracterizaciones de la independencia
3. TRANSFORMACIONES LINEALES
 - 3.1. Transformación lineal
 - 3.2. La matriz canónica de una transformación lineal
 - 3.3. Transformaciones lineales suprayectivas e inyectivas

3.4. Caracterización de las transformaciones lineales suprayectivas e inyectivas

4. ÁLGEBRA DE MATRICES

4.1. Suma y multiplicación por escalares

4.2. Composición de transformaciones lineales

4.3. Multiplicación de matrices

4.4. Traspuesta de una matriz

4.5. Inversa de una matriz

4.6. Algoritmo para el cálculo de la inversa

4.7. Transformaciones lineales invertibles

4.8. Caracterizaciones de matrices y transformaciones lineales invertibles

5. DETERMINANTES

5.1. Determinante de una matriz

5.2. Propiedades de determinantes

5.3. Cálculo de determinantes

5.4. Caracterización de matrices invertibles

6. SUBESPACIOS DE \mathbb{R}^n

6.1. Espacio columna y espacio nulo de una matriz

6.2. Bases

6.3. Base del espacio columna y del espacio nulo

6.4. Coordenadas

6.5. Dimensión de un subespacio

6.6. Rango de una matriz

6.7. Teorema del Rango

7. ESPACIOS VECTORIALES

7.1. Espacio vectorial

7.2. Subespacios vectoriales

7.3. Combinaciones lineales e independencia lineal

7.4. Bases, dimensión y coordenadas

7.5. Transformaciones lineales, núcleo y rango

7.6. Isomorfismo de coordenadas

7.7. Matriz de cambio de coordenadas

8. DIAGONALIZACIÓN

8.1. Vectores y valores propios

8.2. La ecuación característica

8.3. Matrices semejantes

8.4. Diagonalización de matrices

8.5. Potencias de una matriz y sistemas dinámicos

8.6. Las matrices de una transformación lineal

8.7. Relación de semejanza entre las matrices de una transformación lineal

8.8. Valores propios complejos

9. ORTOGONALIDAD

9.1. Producto escalar, norma y distancia

9.2. Bases ortogonales

9.3. Coordenadas en una base ortogonal

9.4. Proyección ortogonal

9.5. Bases ortonormales y matriz del proyector ortogonal

9.6. Matrices ortogonales

9.7. Proceso de Gram-Schmidt

9.8. Mínimos cuadrados y recta de regresión

9.9. Diagonalización de matrices simétricas

5. Cronograma

5.1. Cronograma de la asignatura *

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	Tema 1. Sistemas de ecuaciones lineales Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
2	Tema 2: Combinaciones Lineales Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
3	Tema 2: Combinaciones Lineales Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 3. Transformaciones lineales Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
4	Tema 4. Álgebra de Matrices Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 5. Determinantes Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
5	Tema 6. Subespacios de R^n Duración: 05:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
6	Tema 6. Subespacios de R^n Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 7. Espacios vectoriales Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
7	Tema 7. Espacios vectoriales Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Tema 8. Diagonalización Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
8	Tema 8. Diagonalización Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Práctica de los Temas 1,2 y 3 Trabajo personal del alumno con apoyo del personal docente. Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio			Primer parcial (fecha exacta en el calendario del plan anual docente); teoría EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00

9	<p>Tema 8. Diagonalización Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Práctica de los Temas 6 y 7 Trabajo personal del alumno con apoyo del personal docente. Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
10	<p>Tema 8. Diagonalización Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
11	<p>Diagonalización Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Tema 9. Ortogonalidad Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
12	<p>Tema 9. Ortogonalidad Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Práctica del Tema 9. Trabajo personal del alumno con apoyo del personal docente. Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
13	<p>Tema 9. Ortogonalidad Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
14	<p>Tema 9. Ortogonalidad Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Repaso y resolución de problemas Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Examen presencial de laboratorio. Se llevará a cabo en horario de teoría durante las dos últimas semanas de clase (¡atención: justo antes de Navidades!), OT: Otras técnicas evaluativas Evaluación continua Presencial Duración: 00:50</p>
15				
16				
17				<p>Examen global, teoría (cuenta el 85% de la calificación, eliminando la nota del 1er parcial, si ello beneficiase al alumno o se tuviera una calificación inferior a 3 en el 1er parcial) EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:30</p> <p>Examen global, teoría (15%: calificación de prácticas) EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 02:30</p>

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del

plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

6. Actividades y criterios de evaluación

6.1. Actividades de evaluación de la asignatura

6.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
8	Primer parcial (fecha exacta en el calendario del plan anual docente); teoría	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	35%	3 / 10	CE B1 CG 04
14	Examen presencial de laboratorio. Se llevará a cabo en horario de teoría durante las dos últimas semanas de clase (¡atención: justo antes de Navidades!),	OT: Otras técnicas evaluativas	Presencial	00:50	15%	/ 10	CE B1 CG 04
17	Examen global, teoría (cuenta el 85% de la calificación, eliminando la nota del 1er parcial, si ello beneficiase al alumno o se tuviera una calificación inferior a 3 en el 1er parcial)	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	50%	/ 10	CE B1 CG 04 CG 11

6.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen global, teoría (15%: calificación de prácticas)	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:30	85%	5 / 10	CE B1 CG 04

6.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen extraordinario: teoría y laboratorio (Octave)	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	5 / 10	CE B1 CG 04

6.2. Criterios de evaluación

La calificación de la asignatura por evaluación progresiva se obtiene mediante el máximo de estas posibles calificaciones:

- Calificación con 1er parcial: $0.35^*(\text{primer parcial}) + 0.15^*(\text{examen práctico de laboratorio}) + 0.50^*(\text{examen global})$
- Calificación sin 1er parcial: $0.15^*(\text{examen práctico de laboratorio}) + 0.85^*(\text{examen global})$

La calificación será la máxima de las dos anteriores, salvo que el alumno hubiera obtenido menos de un 3 en el 1er parcial, en cuyo caso se anularía la calificación de dicho parcial y se calcularía la nota final mediante la última fórmula (sin el 1er parcial).

En la convocatoria Extraordinaria será posible o bien conservar la calificación del examen de prácticas o bien realizar un ejercicio teórico sobre las prácticas. Se habilitará en Moodle una cuestión online al efecto unas semanas antes del examen extraordinario. Si el alumno no contestase a la misma con una semana de antelación respecto a la fecha del examen, se entenderá que desea conservar la calificación del examen de prácticas. **Se entiende que si el alumno solicita pregunta de prácticas en el examen extraordinario renuncia a la calificación que tuviera en el examen de prácticas.**

No se guardarán las calificaciones ni del primer parcial ni del examen práctico de laboratorio de un año para otro.

Cualquier alumno que se haya presentado a alguno de las pruebas de evaluación obtendrá como calificación de la asignatura la resultante de aplicar estos criterios de evaluación (con la calificación de "0" en todas aquellas pruebas a las que no se hubiera presentado). El único alumno que obtendrá una calificación de "no presentado" será aquél que no se presente a "ninguna" de las pruebas de evaluación.

7. Recursos didácticos

7.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Plataforma Institucional Moodle	Recursos web	
Libro: Álgebra Lineal y sus Aplicaciones. D.C. Lay	Bibliografía	Ed. Pearson Educación
Hojas de problemas	Otros	
Laboratorio de Matemáticas	Equipamiento	
GNU Octave	Equipamiento	Software de código abierto públicamente disponible en: https://www.gnu.org/software/octave
Matlab	Equipamiento	Software privativo desarrollado por MathWorks para el que la UPM tiene licencia de campus.
Manual de Octave	Recursos web	https://octave.org/doc/octave-6.2.0.pdf
Wiki de Octave (introducción básica)	Recursos web	https://wiki.octave.org/Category:Resources
Wiki de Octave: diferencias con Matlab	Recursos web	https://wiki.octave.org/Differences_between_Octave_and_Matlab

8. Otra información

8.1. Otra información sobre la asignatura

Presencialidad

Esta asignatura se impartirá en el régimen de 100% de presencialidad, salvo orden en contra de las autoridades competentes motivada por eventos tales como (pero no exclusivamente) un empeoramiento de la emergencia Covid.

Prácticas de laboratorio

El uso de Matlab/Octave se considera una aplicación práctica de la teoría de la asignatura, que deberá llevar a cabo el alumno como parte de su trabajo de estudio personal en casa. Se propondrán al alumnado una serie de prácticas de laboratorio para autoevaluación. No obstante, se proporcionarán tutorías de laboratorio (bajo cita previa, y en unas fechas y horarios por determinar) para resolver cualquier duda que pudiera surgir.

Las fechas de las prácticas de laboratorio contenidas en el Cronograma de esta guía deben interpretarse como una estimación. Así pues, podrán sufrir cambios motivados por la disponibilidad tanto del laboratorio físico como de las horas semanales asignadas a los desdobles de laboratorio.

Fecha del primer examen parcial

La fecha del primer examen parcial que aparece en el Cronograma deberá entenderse como una estimación. Podrá sufrir cambios motivados tanto por la disponibilidad del horario y del aula de examen como por el ritmo de aprendizaje del alumnado.

Examen práctico de laboratorio

El examen práctico de laboratorio tendrá lugar en horario de teoría de la asignatura, en unas fechas y horarios aún por determinar que dependerán de la disponibilidad del laboratorio. No es un examen común, por lo que diferentes grupos podrán tener el examen a diferente hora. En cualquier caso, salvo causa sobrevenida por problemas organizativos, dicho examen tendrá lugar **las dos últimas semanas de clase (la del 12-16 y la del 19-23 de diciembre)**.

Dado el alto número de alumnos (alrededor de 500) y lo conflictivo de las fechas del examen práctico de laboratorio, **en ningún caso la compra anticipada de un billete de transporte terrestre, aéreo o marítimo será causa para solicitar un aplazamiento o adelanto de la fecha de examen estipulada, ni para permitir cambios de grupo que tengan como único objetivo cambiar la fecha de examen práctico. Tampoco se aceptará como excepción la incorporación a un contrato de trabajo de temporada invernal antes del fin de las clases.** Aunque, por supuesto, en este último caso se podrá solicitar el justificante de asistencia a examen al que legalmente se tiene derecho. **Los únicos aplazamientos de examen o cambios de grupo que aceptaremos serán los autorizados y requeridos por la Comisión de Ordenación Académica** de acuerdo con la normativa aplicable. No se concederán excepciones por parte del profesorado de la asignatura.

Fechas de examen

Para cualesquiera de las convocatorias de examen recogidas en esta asignatura, incluido el examen práctico de laboratorio, **los únicos aplazamientos de examen que aceptaremos serán los autorizados y requeridos por la Comisión de Ordenación Académica.** El elevado número de alumnos (alrededor de 500) no permite hacer excepciones individuales más allá de las exigidas por la normativa académica aplicable.

Contribución a los ODS:

La asignatura contribuye al ODS4 (subobjetivo 4.4): Aumentar considerablemente el número de jóvenes y adultos que tienen las competencias profesionales y técnicas necesarias para acceder al empleo y al emprendimiento.

Prevalencia de la guía del Grado en Ingeniería Electrónica de Comunicaciones (59EC)

Debido a dificultades informáticas, puede haber discrepancias entre las diferentes Guías de Aprendizaje de la presente asignatura de Álgebra Lineal (595000002). En caso de que apareciesen tales discrepancias, prevalecerá la versión de la Guía de Aprendizaje del Grado en Ingeniería Electrónica de Comunicaciones (59EC).