



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001

Escuela Politécnica de  
Enseñanza Superior

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**305000114 - Cálculo Numérico Ii**

### PLAN DE ESTUDIOS

30GM - Grado En Matematicas

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2022/23 - Segundo semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	9
8. Recursos didácticos.....	13

## 1. Datos descriptivos

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	305000114 - Cálculo Numérico II
<b>No de créditos</b>	6 ECTS
<b>Carácter</b>	Obligatoria
<b>Curso</b>	Segundo curso
<b>Semestre</b>	Cuarto semestre
<b>Período de impartición</b>	Febrero-Junio
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	30GM - Grado en Matematicas
<b>Centro responsable de la titulación</b>	30 - Escuela Politecnica De Enseñanza Superior
<b>Curso académico</b>	2022-23

## 2. Profesorado

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías *</b>
Maria Luisa Rapun Banzo (Coordinador/a)		marialuisa.rapun@upm.es	Sin horario. El horario de tutorías se facilitará el primer día de clase
Laura Saavedra Lago		laura.saavedra@upm.es	Sin horario. El horario de tutorías se facilitará el primer día de clase

---

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

### 3. Conocimientos previos recomendados

---

#### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Ecuaciones Diferenciales Ordinarias I
- CÁlculo Numérico I

#### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

- Conocimiento básico del software Matlab y del lenguaje de programación utilizado en el mismo.

### 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

#### 4.1. Competencias

CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar propiedades en distintos campos de la Matemática, para construir argumentaciones, elaborar cálculos y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE2 - Conocer y comprender demostraciones rigurosas de los principales teoremas de cada área de la Matemática y extraer de ellos corolarios mediante la particularización a casos concretos.

CE3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE4 - Abstractar las propiedades estructurales de objetos matemáticos, de la realidad observada o de otros ámbitos distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales.

CE5 - Comprobar con demostraciones hipótesis sobre un objeto matemático o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CE7 - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y tecnologías de computación, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

CE8 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en Matemáticas, buscar soluciones y resolver modelos matemáticos de sistemas reales.

CE9 - Desarrollar programas que ejecuten algoritmos de resolución de modelos matemáticos o aproximación numérica a la solución utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado.

CG1 - Identificar la naturaleza, métodos y fines de los distintos campos de la Matemática y asociarlos con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.

CG3 - Utilizar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso desarrolladas a través del estudio de la Matemática en contextos tanto matemáticos como no matemáticos.

CG4 - Utilizar los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

CG5 - Sintetizar conocimientos y habilidades adquiridas en el campo de la matemática en diferentes materias del plan de estudios para enfocarlas en posteriores estudios especializados, tanto en una disciplina matemática como en cualquiera de las ciencias que requieran buenos fundamentos matemáticos.

CT6 - Identificar y utilizar las tecnologías de la información y las comunicaciones más adecuadas en el campo de las Matemáticas.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA83 - Implementar métodos numéricos sencillos de resolución de EDOs y ecuaciones en derivadas parciales (EDPs).

RA82 - Describir los métodos numéricos asociados a la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs).

RA84 - Analizar la convergencia y estabilidad de los métodos numéricos asociados a la resolución de EDOs.

RA85 - Manejar bibliotecas específicas para la resolución numérica de EDOs y EDPs.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

Esta asignatura se centra en el estudio de métodos numéricos para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) y de ecuaciones en derivadas parciales (EDPs).

Se realizará un estudio tanto teórico como práctico, dedicando una parte importante del tiempo a implementar los métodos estudiados con la ayuda de un ordenador y utilizarlos para resolver problemas tanto académicos (ejercicios sencillos), como problemas más realistas, con mayor interés desde el punto de vista de las aplicaciones.

### 5.2. Temario de la asignatura

#### 1. Introducción.

1.1. Problemas de valor inicial y de condiciones de contorno para ecuaciones diferenciales ordinarias.

1.2. Problemas de valor inicial y de condiciones de contorno para ecuaciones en derivadas parciales.

#### 2. Métodos numéricos para ecuaciones diferenciales ordinarias.

##### 2.1. Problemas de valor inicial.

2.1.1. Métodos de un paso. Métodos de Euler explícito e implícito, Crank-Nicholson y Heun.

2.1.2. Estabilidad, consistencia y convergencia de métodos de un paso.

2.1.3. Métodos multipaso. Métodos de Adams-Bashfort, Adams-Moulton y BDF.

2.1.4. Análisis de los métodos multipaso.

2.1.5. Métodos de Runge-Kutta.

## 2.2. Problemas de contorno.

### 2.2.1. Métodos de disparo.

### 2.2.2. Métodos de diferencias finitas.

## 3. Métodos numéricos para ecuaciones en derivadas parciales.

### 3.1. Métodos de diferencias finitas para ecuaciones elípticas. Ecuación de Laplace.

### 3.2. Métodos de diferencias finitas para ecuaciones parabólicas. Ecuación del calor.

### 3.3. Métodos de diferencias finitas para ecuaciones hiperbólicas. Ecuación de ondas.

### 3.4. Análisis de estabilidad y convergencia de los métodos basados en diferencias finitas.

### 3.5. Introducción a los métodos de colocación y de los elementos finitos.

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p><b>Tema 1: Introducción.</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2.1.1. Métodos de un paso</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p><b>Práctica 1: Introducción a matlab</b> Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
2	<p><b>Tema 2.1.1. Métodos de un paso</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Tema 2.1.2. Estabilidad, consistencia y convergencia de métodos de un paso</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p><b>Práctica 2: Programación de métodos de un paso</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
3	<p><b>Tema 2.1.2. Estabilidad, consistencia y convergencia de métodos de un paso</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Tema 2.1.3. Métodos multipaso</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p><b>Práctica 3 (evaluable): Resolución de un problema mediante distintos métodos de un paso</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
4	<p><b>Tema 2.1.3. Métodos multipaso</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Tema 2.1.4: Análisis de los métodos multipaso</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p><b>Práctica 4: Programación de métodos multipaso</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
5	<p><b>Tema 2.1.4: Análisis de los métodos multipaso</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Tema 2.1.5: Métodos de Runge-Kutta</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p><b>Práctica 5 (evaluable): Resolución de un problema mediante distintos métodos multipaso</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
6	<p><b>Tema 2.1.5: Métodos de Runge-Kutta</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Tema 2.1.5: Métodos de Runge-Kutta</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p><b>Práctica 6: Programación de métodos Runge-Kutta</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		

7	<p><b>Tema 2.1.5: Métodos de Runge-Kutta</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Tema 2.2.1. Método del disparo</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2.2.1. Método del disparo</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Práctica 7: Utilización de funciones propias de Matlab para resolver problemas de valor inicial</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
8	<p><b>Tema 2.2.2. Métodos de diferencias finitas</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2.2.2. Métodos de diferencias finitas</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Práctica 8: Resolución de un problema de contorno</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
9	<p><b>Tema 3.1. Diferencias finitas para ecuaciones elípticas</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p><b>Práctica 9: Resolución de un problema mediante diferencias finitas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p><b>Parcial 1</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
10	<p><b>Tema 3.2. Diferencias finitas para ecuaciones parabólicas</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 3.3. Diferencias finitas para ecuaciones hiperbólicas</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p><b>Práctica 10: Programación de un esquema de diferencias finitas para la ecuación de Laplace</b> Duración: 01:30 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p> <p><b>Práctica 11: Programación de un esquema de diferencias finitas para la ecuación del calor</b> Duración: 01:30 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
11	<p><b>Tema 3.4. Análisis de estabilidad y convergencia para métodos de diferencias finitas</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 3.4. Análisis de estabilidad y convergencia para métodos de diferencias finitas</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Práctica 12: Programación de un esquema de diferencias finitas para la ecuación de ondas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
12	<p><b>Tema 3.5: Introducción a los métodos de colocación y de los elementos finitos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 3.5: Introducción a los métodos de colocación y de los elementos finitos</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Práctica 13 (evaluable): Resolución de un problema con distintos métodos de diferencias finitas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		

13	<p><b>Tema 3.5: Introducción a los métodos de colocación y de los elementos finitos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 3.5: Introducción a los métodos de colocación y de los elementos finitos</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Parcial 2</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
14	<p><b>Tema 3.5: Introducción a los métodos de colocación y de los elementos finitos</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>	<p><b>Práctica 14: Programación de un método de elementos finitos</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p> <p><b>Práctica 15: Introducción a la pde toolbox de Matlab</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
15				
16				
17				<p><b>Prueba final (teoría + problemas)</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 03:00</p> <p><b>Prueba final (prácticas)</b> EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 01:30</p>

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
9	Parcial 1	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	25%	2 / 10	CE3 CG1 CG4 CE2 CE7 CG5 CE5 CE8 CE9 CG3 CT6 CE1 CE4
13	Parcial 2	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	25%	2 / 10	CE2 CE7 CE3 CG1 CG4 CG5 CE5 CE8 CE9 CG3 CT6 CE1 CE4

#### 7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Prueba final (teoría + problemas)	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	50%	2 / 10	CE7 CE3 CG1 CG4 CE5 CE2 CG3 CE1 CE4

17	Prueba final (prácticas)	EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas	Presencial	01:30	50%	2 / 10	CG5 CE8 CE9 CT6
----	--------------------------	--	------------	-------	-----	--------	--------------------------

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Prueba extraordinaria (teoría + problemas)	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	50%	2 / 10	CE2 CE7 CE3 CG1 CG4 CE5 CG3 CE1 CE4
Prueba extraordinaria (prácticas)	EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas	Presencial	01:30	50%	2 / 10	CG5 CE8 CE9 CT6

## 7.2. Criterios de evaluación

1) EVALUACIÓN PROGRESIVA: Con el fin de evaluar la adquisición de competencias a desarrollar en esta asignatura, se utilizará un sistema de evaluación progresiva diversificado:

- Para la parte teórica y de problemas, se realizará una prueba a mitad del semestre (Parcial 1, donde se obtendrá una calificación N1) y una prueba al final del semestre (Parcial 2, donde se obtendrá una calificación N2). En estas pruebas los alumnos tendrán que responder a cuestiones de índole teórica (enunciar y/o demostrar algún resultado, derivar alguna fórmula concreta...) así como resolver algún ejercicio o problema similar a los estudiados en las clases de problemas. La nota (NT) correspondiente a esta parte se calculará de la siguiente forma: si las dos notas N1 y N2 son mayores o iguales que dos, entonces  $NT = (N1 + N2) / 2$ . En caso contrario, NT será el mínimo entre N1 y N2.

- Para la parte práctica, se realizarán prácticas de programación, resolución de problemas y/o pequeños proyectos. Se evaluarán tres de las prácticas realizadas en clase (obteniendo tres calificaciones N3, N4 y N5). La

nota (NPr) correspondiente a esta parte se calculará de la siguiente forma: si la nota media de las tres calificaciones es mayor o igual que dos, entonces  $NPr=(N3+N4+N5)/3$ . En caso contrario, NPr será el mínimo entre N3, N4 y N5.

- A partir de las notas NT y NPr, la nota de evaluación progresiva (NP) se calculará de la siguiente forma: si tanto NT como NPr son mayores o iguales que dos, entonces  $NP=(NT+NPr)/2$ . En caso contrario, NP será el mínimo entre NT y NPr.

Para aprobar la asignatura por evaluación progresiva la nota NP tiene que ser igual o superior a 5.

## 2) PRUEBA FINAL:

La prueba final constará de tres partes, dos de ellas teóricas, que se corresponden con los contenidos de los parciales 1 y 2; y una práctica, correspondiente a las prácticas de programación. Cualquier alumno (incluidos los aprobados por evaluación progresiva) podrá presentarse a todas o a alguna de las tres partes, donde obtendrá las calificaciones F1 (correspondiente a la teoría y problemas del parcial 1), F2 (correspondiente a la teoría y problemas del parcial 2) y F3 (correspondiente a una prueba de prácticas sobre el temario completo de la asignatura).

Se tendrá en cuenta la nota que se obtuvo en la evaluación progresiva, de forma que para obtener la nota correspondiente a la prueba final se calcularán primero las notas correspondientes a cada parte:

$$M1=\max(N1,F1); M2=\max(N2,F2); M3=\max(NPr,F3);$$

a partir de las cuales la nota final (NF) se calculará de la siguiente forma: si las tres notas M1, M2 y M3 son mayores o iguales que 2, entonces  $NF=0.25*M1+0.25*M2+0.5*M3$ . En caso contrario, NF será el mínimo entre M1, M2 y M3.

Para aprobar la asignatura en la prueba final, la nota NF tiene que ser igual o superior a 5.

## 3) PRUEBA EXTRAORDINARIA:

La prueba extraordinaria constará de tres partes, dos de ellas teóricas, que se corresponden con los contenidos de los parciales 1 y 2; y una práctica, correspondiente a las prácticas de programación.

Solo podrán presentarse aquellos alumnos que no hayan superado la asignatura en la convocatoria ordinaria. Cada alumno podrá presentarse a todas o a alguna de las tres partes, donde obtendrá las calificaciones E1 (correspondiente a la teoría y problemas del parcial 1), E2 (correspondiente a la teoría y problemas del parcial 2) y

E3 (correspondiente a una prueba de prácticas sobre el temario completo de la asignatura).

Se tendrá en cuenta la nota que se obtuvo en evaluación progresiva y en la evaluación final, de forma que para obtener la nota correspondiente a la prueba extraordinaria se calcularán primero las notas correspondientes a cada parte:

$$S1=\max(N1,F1,E1); S2=\max(N2,F2,E2); S3=\max(NPr,F3,E3);$$

a partir de las cuales la nota de la prueba extraordinaria (NE) se calculará de la siguiente forma: si las tres notas S1, S2 y S3 son mayores o iguales que 2, entonces  $NE=0.25*S1+0.25*S2+0.5*S3$ . En caso contrario NE será el mínimo entre S1, S2 y S3.

Para aprobar la asignatura en la prueba extraordinaria, la nota NE tiene que ser igual o superior a 5.

## 8. Recursos didácticos

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Burden R.L., Faires J.D., Burden A.M. Numerical Analysis. 10th Edition. Cengage Learning. Boston USA. 2015.	Bibliografía	Bibliografía recomendada para las clases teóricas y de problemas
Cheney W., Kinkaid D. Numerical Mathematics and Computing. 7th Edition. Cengage Learning, 2013.	Bibliografía	Bibliografía recomendada para las clases teóricas y de problemas
Kinkaid D., Cheney W. Numerical Analysis. Mathematics of Scientific Computing. Third Edition. American Mathematical Society. Providence, Rhode Island. 2009	Bibliografía	Bibliografía recomendada para las clases teóricas y de problemas
Quarteroni A., Sacco R., Saleri F. Numerical Analysis. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2007	Bibliografía	Bibliografía recomendada para las clases teóricas y de problemas
Hahn B. H., Valentine D.T. Essential Matlab for Engineers and Scientist. Fifth Edition. Academic Press, Elsevier 2013	Bibliografía	Bibliografía recomendada para las prácticas
Moler, C. B. Numerical computing with MATLAB. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 2004.	Bibliografía	Bibliografía recomendada para las prácticas
Quarteroni A., Saleri F. Cálculo científico con Matlab y Octave. Springer-Verlag Italia, 2006.	Bibliografía	Bibliografía recomendada para las prácticas