



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

PROCESO DE
COORDINACIÓN DE LAS
ENSEÑANZAS PR/CL/001

Escuela Politécnica de
Enseñanza Superior

ANX-PR/CL/001-01

GUÍA DE APRENDIZAJE

ASIGNATURA

305000115 - Análisis Real

PLAN DE ESTUDIOS

30GM - Grado En Matematicas

CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2022/23 - Segundo semestre

Índice

Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	3
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	9
8. Recursos didácticos.....	13
9. Otra información.....	14

1. Datos descriptivos

1.1. Datos de la asignatura

Nombre de la asignatura	305000115 - Análisis Real
No de créditos	6 ECTS
Carácter	Obligatoria
Curso	Segundo curso
Semestre	Cuarto semestre
Período de impartición	Febrero-Junio
Idioma de impartición	Castellano
Titulación	30GM - Grado en Matematicas
Centro responsable de la titulación	30 - Escuela Politecnica De Enseñanza Superior
Curso académico	2022-23

2. Profesorado

2.1. Profesorado implicado en la docencia

Nombre	Despacho	Correo electrónico	Horario de tutorías *
Juan Francisco Padial Molina (Coordinador/a)		jf.padial@upm.es	- -
Maria Lourdes Tello Del Castillo		l.tello@upm.es	Sin horario. A determinar

* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

3. Conocimientos previos recomendados

3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Cálculo En Varias Variables
- Topología
- Análisis Vectorial
- Cálculo En Una Variable

3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Matemáticas no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

4. Competencias y resultados de aprendizaje

4.1. Competencias

CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar propiedades en distintos campos de la Matemática, para construir argumentaciones, elaborar cálculos y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE2 - Conocer y comprender demostraciones rigurosas de los principales teoremas de cada área de la Matemática y extraer de ellos corolarios mediante la particularización a casos concretos.

CE3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE4 - Abstractar las propiedades estructurales de objetos matemáticos, de la realidad observada o de otros ámbitos distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales.

CE5 - Comprobar con demostraciones hipótesis sobre un objeto matemático o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CG3 - Utilizar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso desarrolladas a través del estudio de la Matemática en contextos tanto matemáticos como no matemáticos.

4.2. Resultados del aprendizaje

RA125 - Aplicar el concepto de sistema ortonormal en un espacio de Hilbert a la resolución de problemas de aproximación óptima

RA128 - Calcular los coeficientes de Fourier de una función periódica y relacionar el decaimiento de los coeficientes con la regularidad de la función

RA133 - Reconocer y manejar el concepto de integral de Lebesgue.

RA134 - Enunciar, demostrar y aplicar los teoremas de la convergencia monótona y dominada en la integración de Lebesgue.

RA135 - Identificar propiedades y características fundamentales de los espacios de Banach y Hilbert

RA136 - Calcular la transformada de Fourier de una función y relacionar su regularidad y decaimiento con el decaimiento y la regularidad de su transformada

RA126 - Describir y probar los resultados básicos de la Teoría de operadores lineales acotados

RA124 - Aplicar las desigualdades propias de los espacios L_p

5. Descripción de la asignatura y temario

5.1. Descripción de la asignatura

La asignatura tiene como resultados del aprendizaje, reconocer y manejar el concepto medida y de integral de Lebesgue. Enunciar, demostrar y aplicar los teoremas de la convergencia monótona y dominada en la integración de Lebesgue. Identificar propiedades y características fundamentales de los espacios de Banach y Hilbert. Aplicar las desigualdades propias de los espacios L_p . Aplicar el concepto de sistema ortonormal en un espacio de Hilbert a la resolución de problemas de aproximación óptima. Describir y probar los resultados básicos de la Teoría de operadores lineales acotados. Calcular los coeficientes de Fourier de una función periódica y relacionar el decaimiento de los coeficientes con la regularidad de la función. Utilizar el análisis de las series numéricas para resolver diversidad de problemas. Calcular la transformada de Fourier de una función y relacionar su regularidad y decaimiento con el decaimiento y la regularidad de su transformada y algunas aplicaciones.

5.2. Temario de la asignatura

1. Medida

- 1.1. Medida. Espacio medible. Definición y propiedades
- 1.2. Construcción de medidas. Medida exterior. Medidas de Lebesgue-Stieltjes. Medida de Lebesgue
- 1.3. Funciones medibles. Función simple
- 1.4. Integral de Lebesgue
- 1.5. Teoremas de convergencia. Lema de Fatou, convergencia monótona, convergencia dominada

2. Medidas con signo

- 2.1. Continuidad absoluta
- 2.2. Teorema de descomposición de Jordan
- 2.3. Teorema de Radon-Nikodym
- 2.4. Teorema de descomposición de Lebesgue

3. Espacios de Banach

- 3.1. Definición y propiedades
- 3.2. Teorema de Hahn-Banach. Teoremas clásicos
- 3.3. Aplicaciones lineales y espacio dual
- 3.4. Dualidad. Teorema de representación
- 3.5. Espacios de Banach reflexivos
- 3.6. Convergencia

4. Espacios L_p

- 4.1. Desigualdades. Young, Minkowski, Hölder
- 4.2. Completitud. Densidad
- 4.3. Aplicaciones lineales y espacio dual
- 4.4. Dualidad. Teorema de representación
- 4.5. Convergencia

5. Espacios de Hilbert

- 5.1. Definición y propiedades de los espacios de Hilbert

- 5.2. Ortogonalidad. Teorema de la proyección ortogonal
- 5.3. Bases de Hilbert
- 5.4. Dualidad en espacios de Hilbert
- 5.5. Aplicaciones
- 6. Series de Fourier
 - 6.1. Introducción histórica. Definición
 - 6.2. Relaciones de ortogonalidad
 - 6.3. Coeficientes de Fourier. Aproximación de funciones. Regularidad
 - 6.4. Aplicaciones
- 7. Introducción a la teoría de operadores lineales acotados en espacios de Banach y espacios de Hilbert
 - 7.1. Operadores lineales. Operadores acotados
 - 7.2. Continuidad y compacidad de operadores
 - 7.3. Aplicaciones
- 8. Transformada de Fourier
 - 8.1. Definición. Propiedades
 - 8.2. Cálculo de la transformada de Fourier
 - 8.3. Teorema de inversión
 - 8.4. Cálculo de la transformada inversa de Fourier
 - 8.5. Propiedades. Regularidad
 - 8.6. Aplicaciones

6. Cronograma

6.1. Cronograma de la asignatura *

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	Desarrollo del Tema 1. Medida Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Desarrollo del Tema 1. Medida Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
2	Desarrollo del Tema 1. Medida. 1.5. Teoremas de convergencia. Desarrollo del Tema 2. Medidas con signo. Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Desarrollo del Tema 1. Medida. 1.5. Teoremas de convergencia. Desarrollo del Tema 2. Medidas con signo. Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
3	Desarrollo del Tema 3. Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	Desarrollo del Tema 3. Se contempla la división en dos grupos si el tamaño total del grupo dificulta el desarrollo de la actividad Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
4	Desarrollo del Tema 3 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			Entrega de trabajo realizado fuera del aula (todos los estudiantes) y defensa en el aula de la resolución de los ejercicios propuestos. Software específico. Se contempla la división en dos grupos. PI: Técnica del tipo Presentación Individual Evaluación continua Presencial Duración: 02:00
5	Desarrollo del Tema 3 Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral Desarrollo del Tema 4 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
6	Desarrollo del Tema 4 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas Desarrollo del Tema 4 Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	Desarrollo del Tema 4 Se contempla la división en dos grupos si el tamaño total del grupo dificulta el desarrollo de la actividad Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		Entrega trabajos realizados fuera del aula (todos los estudiantes) y defensa en el aula de la resolución de los ejercicios propuestos. Software específico. Se contempla la división en dos grupos. PI: Técnica del tipo Presentación Individual Evaluación continua Presencial Duración: 02:00

7	<p>Desarrollo del Tema 4 Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Desarrollo del Tema 4 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Primera prueba parcial. Se contempla la división en dos grupos. EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:20</p> <p>Prueba de evaluación práctica con software específico. Se contempla la división en dos grupos. EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas Evaluación continua Presencial Duración: 00:40</p>
8	<p>Desarrollo del Tema 5 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Desarrollo del Tema 5 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
9	<p>Desarrollo del Tema 5 Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Desarrollo del Tema 6 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p>Desarrollo del Tema 6 Se contempla la división en dos grupos si el tamaño total del grupo dificulta el desarrollo de la actividad Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		
10	<p>Desarrollo del Tema 6 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			<p>Entrega trabajos realizados fuera del aula (todos los estudiantes) y defensa en el aula de la resolución de los ejercicios propuestos. Software específico. Se contempla la división en dos grupos. PI: Técnica del tipo Presentación Individual Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
11	<p>Desarrollo del Tema 7 Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Desarrollo del Tema 7 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
12	<p>Desarrollo del Tema 8 Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>	<p>Desarrollo del Tema 8. Se contempla la división en dos grupos si el tamaño total del grupo dificulta el desarrollo de la actividad Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>		<p>Entrega trabajos realizados fuera del aula (todos los estudiantes) y defensa en el aula de la resolución de los ejercicios propuestos. Software específico. Se contempla la división en dos grupos. PI: Técnica del tipo Presentación Individual Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
13	<p>Desarrollo del Tema 8 Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p>Desarrollo del Tema 8 Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p>Presentación y defensa trabajo en equipo. Se contempla la división en dos grupos. TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>

14	Desarrollo del Tema 8 Duración: 03:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			Segunda prueba parcial. Se contempla la división en dos grupos. EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:20 Prueba de evaluación práctica con software específico. Se contempla la división en dos grupos. EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas Evaluación continua Presencial Duración: 00:40
15	Clases práctica de problemas sobre contenidos de toda la asignatura. Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
16				
17				Prueba Global al final del periodo docente para quienes no hayan superado la asignatura en el proceso de Evaluación Progresiva durante el periodo docente. Se contempla la división en dos grupos. EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 02:00 Prueba Global al final del periodo docente para quienes no hayan superado la asignatura en el proceso de Evaluación Progresiva durante el periodo docente. Prueba con software específico. Se contempla la división en dos grupos. EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 01:00

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

7. Actividades y criterios de evaluación

7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
4	Entrega de trabajo realizado fuera del aula (todos los estudiantes) y defensa en el aula de la resolución de los ejercicios propuestos. Software específico. Se contempla la división en dos grupos.	PI: Técnica del tipo Presentación Individual	Presencial	02:00	2%	2 / 10	CG3 CE3 CE1 CE2 CE4 CE5
6	Entrega trabajos realizados fuera del aula (todos los estudiantes) y defensa en el aula de la resolución de los ejercicios propuestos. Software específico. Se contempla la división en dos grupos.	PI: Técnica del tipo Presentación Individual	Presencial	02:00	2%	2 / 10	CE1 CE2 CE4 CE5 CG3 CE3
7	Primera prueba parcial. Se contempla la división en dos grupos.	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:20	30%	2 / 10	CG3 CE3 CE1 CE2 CE4 CE5
7	Prueba de evaluación práctica con software específico. Se contempla la división en dos grupos.	EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas	Presencial	00:40	10%	2 / 10	CG3 CE3 CE1 CE2 CE4 CE5
10	Entrega trabajos realizados fuera del aula (todos los estudiantes) y defensa en el aula de la resolución de los ejercicios propuestos. Software específico. Se contempla la división en dos grupos.	PI: Técnica del tipo Presentación Individual	Presencial	02:00	2%	2 / 10	CG3 CE3 CE1 CE2 CE4 CE5
12	Entrega trabajos realizados fuera del aula (todos los estudiantes) y defensa en el aula de la resolución de los ejercicios propuestos. Software específico. Se contempla la división en dos grupos.	PI: Técnica del tipo Presentación Individual	Presencial	02:00	2%	2 / 10	CG3 CE3 CE1 CE2 CE4 CE5

13	Presentación y defensa trabajo en equipo. Se contempla la división en dos grupos.	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	02:00	2%	2 / 10	CG3 CE3 CE1 CE2 CE4 CE5
14	Segunda prueba parcial. Se contempla la división en dos grupos.	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:20	40%	3 / 10	CG3 CE3 CE1 CE2 CE4 CE5
14	Prueba de evaluación práctica con software específico. Se contempla la división en dos grupos.	EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas	Presencial	00:40	10%	3 / 10	CG3 CE3 CE1 CE2 CE4 CE5

7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Prueba Global al final del periodo docente para quienes no hayan superado la asignatura en el proceso de Evaluación Progresiva durante el periodo docente. Se contempla la división en dos grupos.	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	80%	4 / 10	CG3 CE3 CE1 CE2 CE4 CE5
17	Prueba Global al final del periodo docente para quienes no hayan superado la asignatura en el proceso de Evaluación Progresiva durante el periodo docente. Prueba con software específico. Se contempla la división en dos grupos.	EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas	Presencial	01:00	20%	3 / 10	CG3 CE3 CE1 CE2 CE4 CE5

7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Prueba global correspondiente a la convocatoria extraordinaria que se desarrolla según el calendario escolar de la UPM. Se contempla la división en dos grupos.	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	80%	4 / 10	CG3 CE3 CE1 CE2 CE4 CE5
Prueba global correspondiente a la convocatoria extraordinaria que se desarrolla según el calendario escolar de la UPM. Prueba con software específico. Se contempla la división en dos grupos.	EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas	Presencial	01:00	20%	3 / 10	CG3 CE3 CE1 CE2 CE4 CE5

7.2. Criterios de evaluación

Los procesos de evaluación se rigen por la **NORMATIVA DE EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE EN LAS TITULACIONES OFICIALES DE GRADO Y MÁSTER UNIVERSITARIO DE LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID**, aprobada en Consejo de Gobierno de 26 de mayo de 2022.

Para superar la asignatura se ha de obtener una nota media de cinco puntos o superior en la modalidad de *Evaluación Progresiva* (Punto 7.1.1), o *Prueba de Evaluación Global* (Punto 7.1.2) o *Convocatoria Extraordinaria* (Punto 7.1.3). Dicha nota figurará en el acta correspondiente. Para obtener dicha nota media ponderada se consideran los pesos y nota mínima indicada en cada actividad de evaluación.

En la convocatoria ordinaria, se sigue un proceso de *Evaluación Progresiva*.

Los epígrafes de esta guía no han sido actualizados:

- 7.1.1. Evaluación continua = 7.1.1. *Evaluación Progresiva*,
- 7.1.2. Evaluación sólo prueba final = 7.1.2. *Prueba de Evaluación Global*,
- 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria = 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria.

En caso de no superar la asignatura mediante el proceso de *Evaluación Progresiva* en el periodo docente, se planifica una *Prueba de Evaluación Global* de la asignatura al finalizar el periodo docente según calendario escolar de pruebas de evaluación aprobado por la UPM para el curso académico. Esta Prueba Global permitirá superar la asignatura así como obtener la máxima calificación.

En el acta de la asignatura en *Convocatoria Ordinaria* aparecerá reflejada la nota media ponderada que corresponda, en el caso de que todas las pruebas de evaluación de la *Evaluación Progresiva* en el periodo docente hayan sido desarrolladas por el estudiante y todas superen la nota mínima requerida para realizar la media ponderada y esta sea mayor o igual a cinco puntos.

Si el estudiante realiza todas las pruebas de evaluación correspondientes a la *Evaluación Progresiva* durante el periodo docente obteniéndose una nota superior o igual al mínimo establecido para cada una de ellas, pero la media ponderada es inferior a cinco puntos, podrá presentarse a la *Prueba de Evaluación Global* al final del periodo docente planificada según el calendario escolar de la UPM. En este caso, se reflejará en el acta como nota final de la asignatura la máxima nota obtenida entre esta *Prueba de Evaluación Global* y la media ponderada resultante de la *Evaluación Progresiva* en el periodo docente.

Si el estudiante no supera con la nota mínima requerida para obtener la nota media ponderada de alguna de las pruebas de la *Evaluación Progresiva* en el periodo docente, o bien no ha realizado alguna de estas, podrá presentarse a la *Prueba de Evaluación Global* al final del periodo docente planificada según el calendario escolar de la UPM. En este caso, se reflejará en el acta como nota final la obtenida en esta *Prueba de Evaluación Global*.

Si el estudiante no supera con la nota mínima requerida para obtener la nota media ponderada de alguna de las pruebas de la *Evaluación Progresiva* en el periodo docente, o bien no ha realizado alguna de estas, y no se presenta a la *Prueba de Evaluación Global* planificada tras el periodo docente según el calendario escolar aprobado por la UPM, se reflejará en el acta de la asignatura como nota final, la media aritmética ponderada de todas las pruebas incluidas en el proceso de *Evaluación Progresiva* en periodo docente, contabilizándose la nota obtenida en cada una de las pruebas o, la puntuación de cero, en caso de no haberse presentado a la prueba correspondiente. Una vez obtenida esta nota media, si esta es mayor o igual a cinco y existen pruebas de evaluación en la que era obligatorio alcanzar una nota mínima y no ha sido alcanzada, la nota final que se reflejará en el acta es de cuatro puntos sobre diez.

En caso de no superar la asignatura mediante el proceso de *Evaluación Progresiva* o mediante la *Prueba de Evaluación Global* planificada al final del periodo docente, el estudiante dispondrá de la *Convocatoria Extraordinaria* según el calendario aprobado por la UPM. Para dicha *Convocatoria Extraordinaria* se programa una *Prueba de Evaluación Global* que permita superar la asignatura así como obtener la máxima calificación. Esta prueba global contendrá tanto parte escrita como práctica con software específico (véase 7.1.3).

8. Recursos didácticos

8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
W. Rudin, Real and complex Analysis. McGraw-Hill, 3a edición, 1987	Bibliografía	
H. Brezis, Análisis Funcional. Teoría y Aplicaciones. Alianza Editorial, 1986	Bibliografía	
B. Cascales, J.M. Mira, J. Orihuela, M. Raja, Análisis Funcional. Textos universitarios, co-edición RSME, 2a edición, 2018	Bibliografía	
D.L. Chon Measure theory. Birkhauser Basel, 2a edición, 2013	Bibliografía	
M. Einsiedler, T. Ward Functional Analysis, Spectral Theory, and Applications. Springer, Graduate Texts in Mathematics Vol. 276, 2017	Bibliografía	
L. Grafakos, Classical Fourier Analysis. Springer, Graduate Texts in Mathematics Vol. 249, 3a edición 2014	Bibliografía	
E. Romera, M.C. Bosca, et al., Métodos Matemáticos: problemas de espacios de Hilbert, operadores lineales y espectros. Paraninfo 2013	Bibliografía	
T. Tao, An Introduction to Measure Theory. AMS, Graduate Studies in Mathematics Vol. 126, 2011	Bibliografía	

E. Stein and R. Shakarchi, Real Analysis. Measure Theory, Integration, and Hilbert Spaces. Princeton University Press Princeton And Oxford 2004	Bibliografía	
W.P: Ziemer, Modern Real Analysis, Second Edition, Graduate Texts in Mathematics (GTM, volume 278) 2017. (https://doi.org/10.1007/978-3-319-64629-9)	Bibliografía	
Moodle de la asignatura	Recursos web	
Utilización de ordenador	Equipamiento	Software específico: Maple y/o Matlab

9. Otra información

9.1. Otra información sobre la asignatura

La asignatura se relaciona con el ODS7 y el ODS4