



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

PROCESO DE
COORDINACIÓN DE LAS
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros Navales

ANX-PR/CL/001-01

GUÍA DE APRENDIZAJE

ASIGNATURA

85004311 - Cálculo Iii

PLAN DE ESTUDIOS

08MA - Grado En Ingeniería Maritima

CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2023/24 - Primer semestre

Índice

Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	3
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	8
8. Recursos didácticos.....	11
9. Otra información.....	13

1. Datos descriptivos

1.1. Datos de la asignatura

Nombre de la asignatura	85004311 - Cálculo III
No de créditos	6 ECTS
Carácter	Básica
Curso	Segundo curso
Semestre	Tercer semestre
Período de impartición	Septiembre-Enero
Idioma de impartición	Castellano
Titulación	08MA - Grado en Ingeniería Marítima
Centro responsable de la titulación	08 - Escuela Técnica Superior De Ingenieros Navales
Curso académico	2023-24

2. Profesorado

2.1. Profesorado implicado en la docencia

Nombre	Despacho	Correo electrónico	Horario de tutorías *
Leonardo Fernandez Jambrina (Coordinador/a)	F (1.05)	leonardo.fernandez@upm.es	M - 11:00 - 14:00 J - 11:00 - 14:00

* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

3. Conocimientos previos recomendados

3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Cálculo II
- Cálculo I
- Álgebra Lineal Y Geometría

3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

- Descomposición en fracciones simples
- Integración
- Sistemas lineales de ecuaciones

4. Competencias y resultados de aprendizaje

4.1. Competencias

CB1 - Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio

CB5 - Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía

CE1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

CG3 - Capacidad para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y en la versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones basándose en los conocimientos adquiridos en materias básicas y tecnológicas propias de la Ingeniería Marítima.

4.2. Resultados del aprendizaje

RA80 - Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y sus problemas de valores iniciales.

RA81 - Resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes y sus problemas de valores iniciales por métodos matriciales y por transformada de Laplace.

RA82 - Resolver problemas de valores iniciales para ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de primer orden.

RA83 - Resolver problemas de contorno y mixtos para ecuaciones diferenciales lineales en derivadas parciales por separación de variables.

5. Descripción de la asignatura y temario

5.1. Descripción de la asignatura

Las ecuaciones diferenciales son la forma que tenemos para modelizar el comportamiento o evolución de magnitudes que dependen de variables como el tiempo o la posición, o de ambas a la vez. Son ecuaciones, por tanto, en las que aparece no sólo una magnitud, sino también sus derivadas con respecto al tiempo (velocidades, aceleraciones) y/o a coordenadas espaciales.

Este curso es una primera toma de contacto con este tipo de ecuaciones, por lo cual se han escogido tan sólo unos pocos temas, dejando de lado otros. Por ejemplo, los sistemas dinámicos o los métodos numéricos son objeto de otros cursos dentro de la oferta OCW de esta universidad, así que no los abordaremos aquí.

Sí que se han incluido aquí algunos temas, por su relación con las ecuaciones diferenciales, pero que guardan estrecha relación con otros ámbitos de las matemáticas, como son las transformadas integrales de Fourier y de Laplace y las series trigonométricas de Fourier. Se echarán en falta, por contra, temas de funciones especiales o de cálculo de extremos.

Las ecuaciones diferenciales pueden ser ordinarias (si las magnitudes que queremos conocer dependen de una variable tan sólo, como el tiempo o una coordenada espacial) o ecuaciones en derivadas parciales (si las magnitudes dependen de varias variables, ya sean espaciales o el tiempo y coordenadas espaciales).

La asignatura arranca con el caso más sencillo: **ecuaciones ordinarias de primer orden** (dependientes a lo sumo de primeras derivadas) para ir avanzando en diversas direcciones:

Podemos aumentar el número de ecuaciones y estudiar los **sistemas de ecuaciones ordinarias de primer orden**.

O bien seguir con una sola ecuación ordinaria y estudiar **ecuaciones de orden superior al primero**.

Finalmente, otra generalización que abordaremos será pasar de una sola variable (ecuaciones ordinarias) a varias variables (ecuaciones en derivadas parciales), para las cuales seguiremos el mismo proceso:

- Ecuaciones de primer orden.
- Ecuaciones de segundo orden, con especial énfasis en las ecuaciones de la física matemática.

5.2. Temario de la asignatura

1. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

1.1. Definiciones

1.2. Ecuaciones separables, homogéneas, exactas, lineales, Bernoulli, Ricatti

1.3. Métodos aproximados y numéricos de resolución

1.4. Problemas de valores iniciales

1.5. Existencia y unicidad de soluciones

2. Sistemas de ecuaciones lineales y ecuaciones de grado superior

2.1. Existencia y unicidad de soluciones

2.2. Métodos de resolución de ecuaciones

2.3. Sistemas de ecuaciones lineales

2.4. Ecuaciones lineales y de Euler

3. Transformadas de Laplace y de Fourier

3.1. La transformación de Laplace y sus propiedades

3.2. La transformación de Fourier y sus propiedades

3.3. Aplicación a la resolución de problemas de valores iniciales

3.4. Aplicación a la resolución de problemas físicos

4. Ecuaciones en derivadas parciales de primer orden
 - 4.1. Definiciones
 - 4.2. Ecuaciones lineales, cuasilineales y no lineales
 - 4.3. Problemas de valores iniciales
 - 4.4. Resolución por el método de las características
5. Ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden
 - 5.1. Problema de valores iniciales
 - 5.2. Clasificación de ecuaciones de segundo orden
 - 5.3. Formas canónicas de las ecuaciones
6. Ecuación de la cuerda vibrante
 - 6.1. Propiedades. Formula de D'Alembert
 - 6.2. Método de las imágenes o de reflexión
 - 6.3. Ecuación inhomogénea
7. Ecuación de Laplace
 - 7.1. Funciones armónicas. Soluciones fundamentales
 - 7.2. Potenciales newtonianos
 - 7.3. Soluciones integrales del problema de Dirichlet
8. Ecuación del calor
 - 8.1. Problema de valores iniciales
 - 8.2. Problema mixto
9. Separación de variables
 - 9.1. Teoría de Sturm-Liouville
 - 9.2. Aplicación a problemas de ecuaciones de segundo orden
 - 9.3. Series de Fourier

6. Cronograma

6.1. Cronograma de la asignatura *

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
2	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
3	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			Prueba de ecuaciones de primer orden EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:00
4	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
5	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			Prueba de sistemas de ecuaciones lineales EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:00
6	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
7	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
8	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			Prueba de ecuaciones lineales y transformadas integrales EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:00

9	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
10	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			Prueba de EDP de orden uno EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:00
11	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
12	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			Prueba de problemas de contorno y series de Fourier EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:00
13	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
14	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			
15	Clases teórico-prácticas (en caso de no poder ser presencial, pasarían a modo telemático) Duración: 04:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas			Prueba de EDP de orden dos EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:00
16				
17				Examen final EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 02:00

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

7. Actividades y criterios de evaluación

7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
3	Prueba de ecuaciones de primer orden	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:00	12.5%	0 / 10	CB1 CB5 CG3 CE1
5	Prueba de sistemas de ecuaciones lineales	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:00	12.5%	0 / 10	CB1 CB5 CG3 CE1
8	Prueba de ecuaciones lineales y transformadas integrales	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:00	25%	0 / 10	CB1 CB5 CG3 CE1
10	Prueba de EDP de orden uno	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:00	12.5%	0 / 10	CB1 CB5 CG3 CE1
12	Prueba de problemas de contorno y series de Fourier	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:00	12.5%	0 / 10	CB1 CB5 CG3 CE1
15	Prueba de EDP de orden dos	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:00	25%	0 / 10	CB1 CB5 CG3 CE1

7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen final	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	100%	5 / 10	CB1 CB5 CG3 CE1

7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen final	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	100%	5 / 10	CB1 CB5 CG3 CE1

7.2. Criterios de evaluación

La asignatura consta de dos partes: Ecuaciones ordinarias y ecuaciones en derivadas parciales. La calificación final es la media de ambas partes, siempre que se obtengan más de cinco puntos en cada una de ellas. En caso contrario, la calificación final será de suspenso. Las notas de la evaluación continua de cada parte se guardan indefinidamente mientras no cambie el profesorado de la asignatura o el plan de estudios, siempre que sean superiores a cinco puntos.

De acuerdo con la normativa vigente en la Universidad Politécnica de Madrid, los alumnos tienen derecho a dos convocatorias: enero y julio.

Para la convocatoria de enero, existen dos modalidades: evaluación progresiva y evaluación por prueba única. Quien se presente a alguna prueba en noviembre o diciembre, será evaluado por evaluación progresiva. Quien no se presente será evaluado por prueba final.

La evaluación progresiva es presencial, salvo que, por motivos sanitarios o logísticos tenga que realizarse telemáticamente.

Los alumnos que superen la evaluación progresiva obtendrán como calificación final la nota de la evaluación progresiva, salvo que se presenten al examen final. Si se presentan al examen final completo, obtendrán como calificación final la mejor de las dos notas: la del examen final o la de la evaluación progresiva, de acuerdo con la normativa de la Universidad Politécnica de Madrid.

La evaluación progresiva consta de seis pruebas (tres en cada parte). El calendario de pruebas se publica en Moodle:

Ecuaciones ordinarias:

1. Ecuaciones ordinarias de primer orden: 2.5 puntos.
2. Sistemas de ecuaciones de primer orden: 2.5 puntos.

3. Ecuaciones de orden superior y transformadas integrales: 5 puntos.

Ecuaciones en derivadas parciales:

1. Ecuaciones de primer orden: 2.5 puntos.
2. Problemas de contorno y series de Fourier: 2.5 puntos.
3. Ecuaciones de orden dos y separación de variables: 5 puntos.

Para hacer media en una parte, es preciso obtener al menos cuatro puntos (sobre diez) en la tercera prueba de evaluación progresiva de dicha parte y haber aprobado al menos dos pruebas de dicha parte. En caso contrario, la evaluación progresiva de dicha parte se valorará como suspensa con un máximo de tres puntos, independientemente de la calificación obtenida en el resto de pruebas.

Durante las clases presenciales se podrán proponer cuestiones a los asistentes, que serán tenidas en cuenta para mejorar la nota final de la asignatura.

En ningún caso se repetirán pruebas de evaluación progresiva. En caso de que Jefatura de Estudios autorice la repetición de una prueba por causa de fuerza mayor, dicha prueba se realizará conjuntamente con el examen final de enero de la asignatura.

En caso de fraude en cualquiera de las pruebas de evaluación progresiva o durante las cuestiones en las clases presenciales, se evaluará como cero la convocatoria ordinaria de enero de la asignatura y se perderán las notas guardadas en este y en cursos anteriores.

Los alumnos que aprueben durante este curso una parte de la asignatura en la evaluación progresiva y no aprueben la otra podrán presentarse al examen final de enero para superar la parte que les quede pendiente. No se aplica esta excepción a los alumnos con partes aprobadas en cursos anteriores.

Los exámenes finales de enero y julio constan asimismo de dos partes: Ecuaciones ordinarias y ecuaciones en derivadas parciales. No se guardan notas de los exámenes finales, salvo que sean muy altas.

Únicamente los alumnos que no realicen ninguna prueba o se acojan a la modalidad sin evaluación progresiva y no realicen el examen final serán evaluados como no presentados.

Las pruebas de evaluación progresiva se realizarán conjuntamente para ambos grupos.

La documentación relativa a la asignatura (apuntes, hojas de problemas, exámenes antiguos...), así como las calificaciones de la evaluación progresiva y exámenes finales estarán accesibles exclusivamente en la plataforma Moodle de la asignatura (<https://moodle.upm.es/titulaciones/oficiales/>) a la que se accede como usuario con la dirección de correo-e propia del alumno (@upm.es) y la correspondiente clave. Es preciso estar matriculado de la asignatura. La plataforma Moodle se mantiene desde el Gabinete de Tele-Educación, GATE (gate@upm.es), 91 336 5965 (mañanas) y 91 336 6149 (tardes), quienes podrán solucionar cualquier problema de acceso que el alumno pueda tener.

8. Recursos didácticos

8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
J.M. Aguirregabiria, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias para Estudiantes de Física, Universidad del País Vasco, Bilbao (2000)	Bibliografía	
F. Ayres, Teoría y problemas de ecuaciones diferenciales, Schaum-McGraw-Hill, Madrid (1969)	Bibliografía	
D. Bleecker, G. Csordas, Basic Partial Differential Equations, Van Nostrand Reinhold (1992)	Bibliografía	
W.E. Boyce, R.C. di Prima, Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera, 4 edición, Limusa, México (1998)	Bibliografía	
M. Braun, Differential Equations and Their Applications, 4th Edition, Springer-Verlag, New York (1993)	Bibliografía	

L.C. Evans, Partial Differential Equations, Graduate Studies in Mathematics, Volume 19, AMS (1998)	Bibliografía	
L. Fernández-Jambrina, Ecuaciones Diferenciales, ETSIN, Madrid (2012)	Bibliografía	
L. Fernández-Jambrina, Problemas de Ecuaciones Diferenciales, ETSIN, Madrid (2012)	Bibliografía	
A. García, F. García, A. López, G. Rodríguez, A. de la Villa, Ecuaciones diferenciales ordinarias. Teoría y problemas, CLAGSA, Madrid (2006)	Bibliografía	
F. John, Partial Differential Equations, 4th Edition, Springer-Verlag (1991)	Bibliografía	
R.K. Nagle, E.B. Saff, A.D. Snider, Fundamentals of Differential Equations, 5th edition, Addison-Wesley (2000)	Bibliografía	
J.M. Sánchez, Ecuaciones Diferenciales, ETSIN (2005)	Bibliografía	
J.M. Sánchez, Ecuaciones en Derivadas Parciales, ETSIN (2007)	Bibliografía	
G.F. Simmons, Ecuaciones Diferenciales, con Aplicaciones y Notas Históricas, McGraw-Hill, Madrid (1995)	Bibliografía	
H.F. Weinberger, Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales: con métodos de variable compleja y de transformaciones integrales, Reverte, México (1988)	Bibliografía	

D.G. Zill, Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado, 7 edición, Thomson, México (2001)	Bibliografía	
http://moodle.upm.es	Recursos web	
http://ocw.upm.es	Recursos web	
Aulas/Centro de Cálculo/Biblioteca/Salas de estudio	Equipamiento	

9. Otra información

9.1. Otra información sobre la asignatura

- La asignatura se imparte en la modalidad de aula invertida. Las horas que se recogen en el cronograma corresponden a actividades presenciales, en principio. Por motivos sanitarios o logísticos cabe la posibilidad de que la mitad de estas horas o su totalidad deban impartirse de modo telemático.
- Todas las pruebas se realizarán con limitación de papel. Por ello, se aconseja acudir con lápiz, goma o líquido corrector para realizar las pruebas.
- El único material permitido en las pruebas es lápiz, bolígrafo, goma y líquido corrector. No se permiten estuches, reglas, calculadoras, móviles, apuntes, libros,... Su presencia supondrá la expulsión de la prueba.
- Durante las pruebas el profesor facilitará los resúmenes de los temas que figuran en Moodle. Es conveniente acostumbrarse a trabajar con este material.
- Las pruebas y controles están anunciados en el calendario de Moodle.
- La asignatura es presencial, así que la forma de contacto con el profesor será en el aula o en el despacho en horario de tutorías. También se pueden realizar consultas de interés general en el foro de Moodle. No se contestarán mensajes de correo-e, salvo migración a modo telemático.