



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros  
Informaticos

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**105001050 - Ecuaciones Diferenciales Y Modelización De Fenómenos Reales**

### PLAN DE ESTUDIOS

10CD - Grado En Ciencia De Datos E Inteligencia Artificial

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2023/24 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	3
6. Cronograma.....	7
7. Actividades y criterios de evaluación.....	10
8. Recursos didácticos.....	13
9. Otra información.....	14

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	105001050 - Ecuaciones Diferenciales y Modelización de Fenómenos Reales
<b>No de créditos</b>	6 ECTS
<b>Carácter</b>	Optativa
<b>Curso</b>	Cuarto curso
<b>Semestre</b>	Séptimo semestre
<b>Período de impartición</b>	Septiembre-Enero
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	10CD - Grado en Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial
<b>Centro responsable de la titulación</b>	10 - Escuela Tecnica Superior De Ingenieros Informaticos
<b>Curso académico</b>	2023-24

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías</b> *
Javier Lopez De La Cruz (Coordinador/a)	1312	javier.lopez.delacruz@upm.es	Sin horario.
Hector Barge Yañez	1307	h.barge@upm.es	Sin horario.

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Conocimientos previos recomendados

---

### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Cálculo I
- Cálculo II

### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Ciencia de Datos e Inteligencia Artificial no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

CB04 - Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado

CE01 - Capacidad para utilizar con destreza los conceptos y métodos matemáticos que subyacen a los problemas de la ciencia de datos y la inteligencia artificial para su modelización y resolución.

CG02 - Capacidad para organizar y planificar tareas y proyectos, identificando objetivos, prioridades, plazos, recursos y riesgos, y controlando los procesos establecidos.

CG03 - Capacidad de emprendimiento y de liderazgo para dirigir y gestionar equipos y proyectos, generando confianza y compromiso en el grupo de colaboradores.

CG06 - Identificar y utilizar las tecnologías de la información y las comunicaciones más adecuadas en el ámbito de la ingeniería.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA134 - Modelar matemáticamente problemas reales mediante ecuaciones diferenciales o sistemas diferenciales

RA135 - Conocer técnicas para resolver algunos tipos de ecuaciones diferenciales y sistemas diferenciales lineales.

RA136 - Saber realizar un estudio cualitativo de sistemas diferenciales no lineales.

RA138 - Dominar diferentes métodos numéricos de diferencias finitas y su programación para estudiar problemas de la vida real descritos mediante ecuaciones o sistemas diferenciales.

RA133 - Entender la importancia de las ecuaciones diferenciales y su utilidad para modelar fenómenos de la vida real.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

El estudio de fenómenos de la vida real es, especialmente desde hace unas décadas, uno de los objetivos presentes en las pesquisas de multitud de investigadores en diversas áreas de conocimiento, no sólo en Matemáticas sino también en otras ciencias aplicadas como, por ejemplo, la Ciencia de Datos y la Inteligencia Artificial. En la mayor parte de las situaciones, los fenómenos a estudiar pueden describirse mediante ecuaciones diferenciales, una potente herramienta matemática que ayuda a modelar situaciones en las que se producen cambios en función del tiempo (o alguna otra magnitud de interés en el estudio). De esta forma, es esencial tener conocimientos que permitan construir modelos matemáticos y también conocer técnicas y herramientas que nos permitan llevar a cabo el estudio de tales modelos, para poder así proporcionar información sobre los fenómenos que deseamos investigar.

La relación entre la Ciencia de Datos y la Inteligencia Artificial y las ecuaciones diferenciales es muy estrecha y hay entre ambas disciplinas una interesante retroalimentación. Por ejemplo, la teoría de ecuaciones diferenciales ha permitido encontrar los trucos necesarios para que el entrenamiento de redes neuronales (que, al fin y al cabo, es un proceso de optimización) sea un proceso útil con el que se pueda trabajar de forma eficiente y práctica, es decir, considerando un gran número de capas, nodos y datos. Los resultados en esta dirección han dado lugar a modelos actuales que van desde el reconocimiento o generación de imágenes, hasta modelos de análisis de ondas para el reconocimiento de audio y clasificación de señales.

Además, es interesante el hecho de que las técnicas empleadas en Deep Learning para el estudio de redes

neuronales ayudan también en la teoría de ecuaciones diferenciales, ya que tales técnicas suponen una nueva y potente forma de modelar integrando solvers de ecuaciones diferenciales con redes neuronales. Así, es posible realizar, por ejemplo, resolución numérica de ecuaciones diferenciales mediante técnicas basadas en redes neuronales propias del Deep Learning y realizar ajuste de parámetros en los modelos de ecuaciones diferenciales que permitan después obtener conclusiones cuando se complementa este trabajo con el estudio teórico de los modelos.

La asignatura "**Ecuaciones Diferenciales y Modelización de Fenómenos Reales**" pretende ofrecer a los estudiantes una introducción al modelado de fenómenos reales mediante ecuaciones diferenciales ordinarias y sistemas de ecuaciones diferenciales, así como proporcionarles herramientas básicas que les permitan analizar matemáticamente los modelos obtenidos, interpretando los resultados y obteniendo conclusiones. Además, también se pretende presentar diferentes métodos numéricos que permitan realizar simulaciones de los modelos, complementando así el estudio teórico previo.

Comenzaremos el primer tema con una introducción a la teoría básica de ecuaciones diferenciales, centrándonos en el concepto de solución, los problemas de valores iniciales y la existencia y unicidad de solución local de los mismos. Pasaremos después a estudiar condiciones bajo las cuales la solución local es, en realidad, global. Además, relacionaremos el concepto de derivada con el de ecuación diferencial y mostraremos que gran parte de los fenómenos que tienen lugar en la vida real pueden modelarse mediante ecuaciones diferenciales. Estudiaremos entonces las ecuaciones diferenciales más simples, las de primer orden, así como algunos métodos de resolución de las mismas, además de hacer una introducción al modelado de fenómenos reales con tal tipo de ecuaciones.

Posteriormente continuaremos estudiando ecuaciones diferenciales de orden superior. Tras introducir la teoría básica acerca de este tipo de ecuaciones diferenciales, donde trataremos el sistema fundamental de soluciones o el principio de superposición, nos centraremos en las ecuaciones diferenciales de orden superior lineales de coeficientes constantes, homogéneas y no homogéneas, así como algunos métodos que ayudan a resolverlas como el de variación de parámetros. En este caso ilustraremos los conceptos teóricos con numerosos ejemplos de la vida real que pueden ser modelados por este tipo de ecuaciones diferenciales.

Más adelante consideraremos sistemas diferenciales lineales de primer orden. En este caso haremos una introducción teórica para presentar de nuevo el sistema fundamental de soluciones y el principio de superposición en el caso en el que trabajamos con sistemas y estudiaremos cómo resolver dos grandes tipos de sistemas diferenciales lineales, homogéneos y no homogéneos. Ilustraremos también en este caso el marco teórico con numerosos ejemplos para que pueda entenderse bien la forma en la que podemos modelar fenómenos reales mediante sistemas lineales.

Una vez llegados a este punto, nos centraremos en el estudio de sistemas diferenciales no lineales de primer

orden. A diferencia de los lineales, en este caso no contamos con una teoría general tan amplia que nos permita encontrar soluciones explícitas. Sin embargo, presentaremos algunos sencillos ingredientes como los conceptos de órbita, plano de fases, punto de equilibrio y estabilidad, que nos ayudarán a tener información cualitativa de los sistemas con los que trabajemos, a pesar de no ser capaces de encontrar soluciones explícitas de los mismos. En particular, haremos una introducción a la teoría de estabilidad local de los puntos de equilibrio y a la linealización. De nuevo, numerosos ejemplos de gran interés motivarán el estudio de este tema.

Finalmente se presentarán diferentes métodos de diferencias finitas para llevar a cabo la resolución numérica de ecuaciones y sistemas diferenciales, haciendo un breve análisis del orden y de los errores cometidos en cada uno de los métodos e implementando tales métodos en algún software matemático. Esto permitirá a los estudiantes complementar la formación en los temas precedentes, así como proveerles de una potente herramienta que puede ayudarles a proporcionar información detallada acerca del fenómeno en estudio.

## 5.2. Temario de la asignatura

1. Ecuaciones diferenciales de primer orden.
  - 1.1. Introducción a las ecuaciones diferenciales.
  - 1.2. Ecuaciones diferenciales de primer orden.
  - 1.3. Modelización de fenómenos reales mediante ecuaciones diferenciales de primer orden. Aplicaciones.
2. Ecuaciones diferenciales de orden superior.
  - 2.1. Introducción a las ecuaciones diferenciales de orden superior.
  - 2.2. Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas de coeficientes constantes.
  - 2.3. Ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas de coeficientes constantes.
  - 2.4. Modelización de fenómenos reales mediante ecuaciones diferenciales de orden superior. Aplicaciones.
3. Sistemas diferenciales lineales de primer orden.
  - 3.1. Introducción a los sistemas diferenciales lineales de primer orden.
  - 3.2. Sistemas diferenciales lineales de primer orden homogéneos.
  - 3.3. Sistemas diferenciales lineales de primer orden no homogéneos.
  - 3.4. Modelización de fenómenos reales mediante sistemas diferenciales lineales de primer orden. Aplicaciones.
4. Sistemas diferenciales no lineales de primer orden.

- 4.1. Introducción al estudio cualitativo de sistemas diferenciales no lineales de primer orden.
- 4.2. Modelización de fenómenos reales mediante sistemas diferenciales no lineales de primer orden.  
Aplicaciones.
- 5. Resolución numérica de ecuaciones diferenciales y sistemas diferenciales.
  - 5.1. Introducción a los métodos de diferencias finitas.
  - 5.2. Métodos de diferencias finitas.
  - 5.3. Métodos de diferencias finitas y modelización de fenómenos reales.



## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
2	<b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
3	<b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
4	<b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
5	<b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
6	<b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
7	<b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
8	<b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
9	<b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
10	<b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			
11	<b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral			

12	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
13	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
14	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
15	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
16	<p><b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b> Duración: 04:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			
17				<p><b>Trabajo sobre ecuaciones diferenciales de primer orden y modelización de fenómenos reales.</b> TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación continua y sólo prueba final No presencial Duración: 01:00</p> <p><b>Trabajo sobre ecuaciones diferenciales de orden superior y modelización de fenómenos reales.</b> TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación continua y sólo prueba final No presencial Duración: 01:00</p> <p><b>Trabajo sobre sistemas diferenciales lineales y modelización de fenómenos reales.</b> TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación continua y sólo prueba final No presencial Duración: 01:00</p> <p><b>Trabajo sobre sistemas diferenciales no lineales y modelización de fenómenos reales.</b> TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación continua y sólo prueba final No presencial Duración: 01:00</p> <p><b>Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones y sistemas diferenciales y modelización de fenómenos reales.</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua y sólo prueba final No presencial Duración: 01:00</p>

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del

plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Trabajo sobre ecuaciones diferenciales de primer orden y modelización de fenómenos reales.	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG06 CE01
17	Trabajo sobre ecuaciones diferenciales de orden superior y modelización de fenómenos reales.	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG06 CE01
17	Trabajo sobre sistemas diferenciales lineales y modelización de fenómenos reales.	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG06 CE01
17	Trabajo sobre sistemas diferenciales no lineales y modelización de fenómenos reales.	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG06 CE01
17	Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones y sistemas diferenciales y modelización de fenómenos reales.	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	No Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG03 CG06 CE01

#### 7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Trabajo sobre ecuaciones diferenciales de primer orden y modelización de fenómenos reales.	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG06 CE01
17	Trabajo sobre ecuaciones diferenciales de orden superior y modelización de fenómenos reales.	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG06 CE01

17	Trabajo sobre sistemas diferenciales lineales y modelización de fenómenos reales.	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG06 CE01
17	Trabajo sobre sistemas diferenciales no lineales y modelización de fenómenos reales.	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG06 CE01
17	Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones y sistemas diferenciales y modelización de fenómenos reales.	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	No Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG03 CG06 CE01

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Trabajo sobre ecuaciones diferenciales de primer orden y modelización de fenómenos reales	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG06 CE01
Trabajo sobre ecuaciones diferenciales de orden superior y modelización de fenómenos reales.	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG06 CE01
Trabajo sobre sistemas diferenciales lineales y modelización de fenómenos reales.	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG06 CE01
Trabajo sobre sistemas diferenciales no lineales y modelización de fenómenos reales.	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG06 CE01
Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones y sistemas diferenciales y modelización de fenómenos reales.	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	01:00	20%	0 / 10	CB04 CG02 CG03 CG06 CE01

## 7.2. Criterios de evaluación

### Convocatoria ordinaria

La evaluación de la asignatura en la convocatoria ordinaria (tanto evaluación progresiva como evaluación global) consistirá en la entrega de los trabajos que se enumeran a continuación:

- Trabajo sobre ecuaciones diferenciales de primer orden y modelización de fenómenos reales.
- Trabajo sobre ecuaciones diferenciales de orden superior y modelización de fenómenos reales.
- Trabajo sobre sistemas diferenciales lineales y modelización de fenómenos reales.
- Trabajo sobre sistemas diferenciales no lineales y modelización de fenómenos reales.
- Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones y sistemas diferenciales y modelización de fenómenos reales.

La calificación final de la asignatura se obtiene sumando las calificaciones de cada uno de los trabajos mencionados anteriormente con los pesos especificados en la Sección 7.1.1 (evaluación progresiva) y en la Sección 7.1.2 (evaluación global) de esta guía de aprendizaje.

Para aprobar la asignatura, dicha calificación final deberá ser mayor o igual a 5 sobre 10. En caso contrario, la calificación final será suspenso.

Los trabajos se entregarán como muy tarde el día de la convocatoria ordinaria oficial fijada por jefatura de estudios.

### Convocatoria extraordinaria

La evaluación de la asignatura en la convocatoria extraordinaria consistirá en la entrega de los trabajos que se enumeran a continuación:

- Trabajo sobre ecuaciones diferenciales de primer orden y modelización de fenómenos reales.
- Trabajo sobre ecuaciones diferenciales de orden superior y modelización de fenómenos reales.
- Trabajo sobre sistemas diferenciales lineales y modelización de fenómenos reales.
- Trabajo sobre sistemas diferenciales no lineales y modelización de fenómenos reales.
- Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones y sistemas diferenciales y modelización de fenómenos reales.

La calificación final de la asignatura se obtiene sumando las calificaciones de cada uno de los trabajos mencionados anteriormente con los pesos especificados en la Sección 7.1.3 de esta guía de aprendizaje.

Para aprobar la asignatura, dicha calificación final deberá ser mayor o igual a 5 sobre 10. En caso contrario, la calificación final será suspenso.

Los trabajos se entregarán como muy tarde el día de la convocatoria extraordinaria oficial fijada por jefatura de estudios.

## 8. Recursos didácticos

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
D. G. Zill, Ecuaciones diferenciales con aplicación al modelado, 9ª edición, Cengage Learning (2009).	Bibliografía	Este libro contiene teoría básica sobre ecuaciones y sistemas diferenciales, además de métodos de diferencias finitas. También ofrece multitud de aplicaciones sobre modelado de fenómenos de la vida real.
M. W. Hirsch, S. Smale and R. L. Devaney, Differential equations, dynamical systems, and an introduction to chaos, Elsevier Academic Press (2004).	Bibliografía	Este libro contiene información interesante relativa al estudio de ecuaciones y sistemas diferenciales. Además, cuenta con bastantes ejemplos que ilustran los contenidos teóricos.
C. H. Edwards y D. E. Penney, Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera, Pearson Prentice-Hall (2009).	Bibliografía	Esta referencia proporciona información útil acerca de ecuaciones y sistemas diferenciales con numerosas aplicaciones. Además, también ofrece información sobre métodos numéricos para resolver ecuaciones y sistemas diferenciales.
J. C. Robinson, An introduction to ordinary differential equations, Cambridge (2004).	Bibliografía	Esta referencia contiene información detallada sobre ecuaciones y sistemas diferenciales, además de presentar algunos métodos de diferencias finitas para la simulación de los modelos que presenta como aplicaciones.

G. F. Simmons, Ecuaciones diferenciales con aplicaciones y notas históricas, 2ª edición, McGraw-Hill (1993).	Bibliografía	Este libro contiene información sobre ecuaciones y sistemas diferenciales con interesantes aplicaciones y notas históricas. Además, también presenta algunos métodos para la resolución numérica de ecuaciones y sistemas diferenciales.
A. Gómez Corral y M. de León, Las matemáticas de la pandemia, Catarata (2020).	Bibliografía	Este divertido libro de divulgación científica cuenta cómo las Matemáticas pueden contribuir al estudio de modelos epidemiológicos, presentando algunos sencillos modelos.
<a href="https://es.mathworks.com/products/matlab.html">https://es.mathworks.com/products/matlab.html</a>	Recursos web	Página web donde se encuentra disponible el software matemático Matlab. La UPM cuenta con licencia.
Moodle	Recursos web	Se pondrá a disposición de los estudiantes la plataforma Moodle, donde se ofrecerá material para el desarrollo de la asignatura.

## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura

La asignatura se relaciona con el Objetivo de Desarrollo Sostenible 3.