



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros  
Informaticos

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**105000004 - Matematica Discreta Ii**

### PLAN DE ESTUDIOS

10II - Grado En Ingenieria Informatica

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2023/24 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	3
6. Cronograma.....	5
7. Actividades y criterios de evaluación.....	8
8. Recursos didácticos.....	13
9. Otra información.....	15

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	105000004 - Matematica Discreta II
<b>No de créditos</b>	3 ECTS
<b>Carácter</b>	Obligatoria
<b>Curso</b>	Segundo curso
<b>Semestre</b>	Tercer semestre
<b>Período de impartición</b>	Septiembre-Enero
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	10II - Grado en Ingenieria Informatica
<b>Centro responsable de la titulación</b>	10 - Escuela Tecnica Superior De Ingenieros Informaticos
<b>Curso académico</b>	2023-24

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías *</b>
Belen Rios Sanchez	1313	belen.rios@upm.es	Sin horario. Sin horario. Previa cita por correo electrónico
Maria Gloria Sanchez Torrubia (Coordinador/a)	1317	mariagloria.sanchez@upm.es	Sin horario. Sin horario. Previa cita por correo electrónico

Ramon Barral Lijo	1318	ramon.barral@upm.es	Sin horario. Sin horario. Previa cita por correo electrónico
-------------------	------	---------------------	---

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

### 3. Conocimientos previos recomendados

---

#### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Matematica Discreta I

#### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Ingenieria Informatica no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

### 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

#### 4.1. Competencias

CG-1/21 - Capacidad de resolución de problemas aplicando conocimientos de matemáticas, ciencias e ingeniería.

Ce 1 - Conocer profundamente los cimientos esenciales y fundacionales de la informática, abarcando tanto conceptos y teorías abstractos como los valores y los principios profesionales, subrayando los aspectos esenciales de la disciplina que permanecen inalterables ante el cambio tecnológico.

Ce 3/4 - Capacidad de elegir y usar los métodos analíticos y de modelización relevantes, y de describir una solución de forma abstracta.

Ce 53/54 - Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo.

Ce 6 - Comprender intelectualmente el papel central que tienen los algoritmos y las estructuras de datos, así como una apreciación del mismo.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA266 - Conocer, comprender y aplicar los conceptos, técnicas y algoritmos básicos de la teoría de grafos. Conocer y saber aplicar las técnicas de las funciones generatrices.

RA271 - Modelar matemáticamente problemas reales y conocer las técnicas para resolverlos.

RA272 - Utilizar diversas técnicas para la resolución de problemas con ayuda de software matemático.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

En la asignatura de Matemática Discreta II se estudian los fundamentos de la Teoría de Grafos. Se introducen casi todos los conceptos básicos sobre la teoría de grafos no dirigidos y se incide especialmente en los aspectos algorítmicos. También se estudian algunos conceptos sobre la teoría de grafos dirigidos.

### 5.2. Temario de la asignatura

1. Nociones básicas de grafos y digrafos.
  - 1.1. Nociones generales. Representación de grafos y digrafos.
  - 1.2. Sucesiones de grados. Caracterización de las sucesiones gráficas.
  - 1.3. Subgrafos. Operaciones con grafos. Isomorfismo de grafos.
  - 1.4. Recorridos y caminos en grafos y digrafos.
  - 1.5. Conexión en grafos y digrafos.
  - 1.6. Árboles. Árboles con raíz.
  - 1.7. Complejidad de algoritmos. Notación de Knuth. Crecimiento de funciones.
2. Búsquedas y optimización. Distancias y caminos mínimos. Conectividad.
  - 2.1. Búsquedas en grafos.
  - 2.2. Enumeración de árboles etiquetados. Fórmula de Cayley. Código de Prüfer.
  - 2.3. Grafos ponderados. Árbol generador de peso mínimo: Algoritmos de Prim y Kruskal.
  - 2.4. Distancia en grafos. Excentricidad, centro y diámetro.
  - 2.5. Caminos mínimos: Algoritmos de Dijkstra, Bellman-Ford y Floyd-Warshall.

- 2.6. Análisis de la complejidad de los algoritmos.
- 2.7. Vértices-corte y aristas-puente. k-Conectividad por vértices y aristas.
- 2.8. Orientabilidad en grafos.
- 3. Recorridos en grafos.
  - 3.1. Grafos eulerianos. Caracterización.
  - 3.2. Algoritmos de construcción de recorridos eulerianos. Problema del cartero.
  - 3.3. Grafos hamiltonianos. Propiedades.
  - 3.4. Problemas NP-completos.
  - 3.5. Problema del viajante. Algoritmos aproximados.
- 4. Planaridad y Coloración de grafos.
  - 4.1. Grafos planos. Fórmula de Euler y consecuencias.
  - 4.2. Caracterizaciones de la planaridad. Grafo dual.
  - 4.3. Independencia y coloración. Número de independencia y número cromático.
  - 4.4. Algoritmos de coloración de vértices.
  - 4.5. Coloración de aristas.
  - 4.6. Coloración de mapas. El teorema de los cuatro colores.
  - 4.7. Polinomio cromático.

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
2	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
3	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
4	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
5	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
6	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			

7	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
8	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (primera parte del temario de la asignatura)</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
9	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
10	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
11	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
12	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
13	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
14	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			

15	<p><b>Explicación de contenidos teóricos.</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios.</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Prueba de evaluación escrita del temario de la asignatura combinando respuesta corta y larga</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 03:00</p> <p><b>Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (recuperación de la primera parte del temario de la asignatura)</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:30</p> <p><b>Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (segunda parte del temario de la asignatura)</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:30</p>
16				
17				

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
8	Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (primera parte del temario de la asignatura)	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	60%	3 / 10	CG-1/21 Ce 1 Ce 3/4 Ce 6 Ce 53/54
15	Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (recuperación de la primera parte del temario de la asignatura)	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:30	60%	3 / 10	CG-1/21 Ce 1 Ce 3/4 Ce 6 Ce 53/54
15	Prueba de evaluación escrita combinando respuesta corta y larga (segunda parte del temario de la asignatura)	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:30	40%	3 / 10	CG-1/21 Ce 1 Ce 3/4 Ce 6 Ce 53/54

#### 7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
15	Prueba de evaluación escrita del temario de la asignatura combinando respuesta corta y larga	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	5 / 10	CG-1/21 Ce 1 Ce 3/4 Ce 6 Ce 53/54

#### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
-------------	-----------	------	----------	-----------------	-------------	------------------------

Prueba de evaluación escrita del temario de la asignatura combinando respuesta corta y larga	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	100%	5 / 10	CG-1/21 Ce 1 Ce 3/4 Ce 6 Ce 53/54
--	-------------------------------------	------------	-------	------	--------	---

## 7.2. Criterios de evaluación

**Convocatoria ordinaria** según una de las siguientes opciones:

### 1) Sistema de evaluación progresiva

La calificación del alumno será la que resulte en la suma correspondiente del cuadro de las actividades de evaluación anteriores. Todas las actividades evaluables son de carácter obligatorio. Coincidiendo con la fecha oficial de la prueba global se realizará la evaluación de la segunda parte de la asignatura y el alumno podrá recuperar la primera parte de la asignatura. Dicha recuperación mantendrá el correspondiente peso relativo en la nota final. Se requiere obtener una nota mínima de 3 sobre 10 en cada una de las pruebas de evaluación escrita. Se considera superada la asignatura con una nota mayor o igual a 5 sobre 10.

### 2) Sistema de evaluación global

Consistirá en la realización de una prueba combinando respuesta corta y larga (desarrollo) que abarcará el temario de la asignatura.

Se considera superada la asignatura con una nota mayor o igual a 5 sobre 10.

### Convocatoria extraordinaria de julio

Consistirá en la realización de una prueba combinando respuesta corta y larga (desarrollo) que abarcará el temario de la asignatura. Se considera superada la asignatura con una nota mayor o igual a 5 sobre 10.

**Los indicadores de logro que un estudiante debe verificar para averiguar sus conocimientos son los siguientes:**

--	--

I1	Reconocer los elementos característicos de un grafo y de un digrafo.
I2	Deducir propiedades de un grafo a partir de su matriz de adyacencia.
I3	Reconocer si una sucesión es gráfica.
I4	Distinguir si dos grafos son isomorfos.
I5	Precisar la noción conectividad de un grafo y un digrafo.
I6	Reconocer si un grafo es un árbol.
I7	Describir las propiedades de los árboles.
I8	Hallar el código de Prüfer de un árbol etiquetado.
I9	Construir el árbol correspondiente a un código dado.
I10	Resolver problemas de decisión utilizando árboles con raíz.
I11	Describir los diferentes procesos de exploración de un grafo en términos de árboles.
I13	Describir algunos criterios de optimización de árboles.

I14	Reconocer si un grafo es orientable y aplicar la búsqueda en profundidad para orientarlo.
I15	Definir distancia entre vértices y caminos de longitud mínima en un grafo ponderado.
I16	Aplicar el algoritmo de Dijkstra para calcular caminos de longitud mínima en grafos o dígrafos ponderados.
I17	Aplicar los algoritmos de Bellman-Ford y Floyd- para calcular distancias en grafos o dígrafos ponderados.
I18	Calcular el centro y diámetro de un grafo.
I19	Aplicar las nociones de centralidad de un grafo para resolver problemas de ubicación de servicios.
I20	Describir la conectividad por vértices y por aristas de un grafo e interpretar la conectividad en términos de tolerancia a fallos o multiplicidad de caminos
I21	Reconocer si un grafo es euleriano o hamiltoniano.
I22	Describir condiciones necesarias o suficientes para decidir si un grafo es euleriano o hamiltoniano.

I23	Aplicar el algoritmo de Fleury para construir recorridos eulerianos.
I24	Presentar el "Problema del viajante" incidiendo en la complejidad de su resolución exacta.
I25	Describir algoritmos aproximados para la resolución del "Problema del viajante".
I26	Analizar la bondad de las soluciones aproximadas a los problemas.
I27	Detectar si un grafo es planar.
I28	Utilizar la fórmula de Euler de los grafos planos para obtener propiedades de dichos grafos.
I29	Conocer los parámetros de coloración e independencia en grafos.
I30	Aplicar varios algoritmos de coloración de grafos.
I31	Describir la coloración de mapas y explicar el significado del "Teorema de los cuatro colores".
I32	Interpretar un problema en términos de grafos analizando qué concepto de grafos permite obtener una solución al mismo.
	Aplicar las herramientas informáticas en la resolución de problemas de teoría de grafos.

I33	
I34	Comparar el crecimiento de funciones con la notación de Knuth.
I35	Distinguir entre problemas de la clase P y de la clase NP. Describir el significado de la NP-completitud.
I36	Analizar la complejidad de algoritmos básicos.

## 8. Recursos didácticos

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
J. Gross, J. Yellen. Graph Theory and its Applications. CRC Press, 2nd ed. 2005.	Bibliografía	Libro básico
G. Hernández. Grafos: Teoría y Algoritmos. Servicio de Publicaciones, Facultad de Informática, UPM, 2006.	Bibliografía	Libro básico
K. H. Rosen. Matemática Discreta y sus aplicaciones. McGraw-Hill, 2004 (5ª edición).	Bibliografía	Libro básico
G. Agnarsson. Graph theory: modeling, applications and algorithms. Pearson, 2007.	Bibliografía	Libro de consulta

V. K. Balakrishnan. Graph Theory (Schaum's Outlines).McGraw-Hill, 1997.	Bibliografía	Libro de problemas resueltos
G. Chartrand, P. Zhang. Introduction to Graph Theory. McGraw-Hill, 2005.	Bibliografía	Libro de consulta
F. García Merayo, G. Hernández, A. Nevot. Problemas resueltos de Matemática Discreta. Ed. Thomson-Paraninfo, 2003.	Bibliografía	Libro de problemas resueltos
W. Kocay, D. Kreher. Graphs, Algorithms and Optimization. Chapman & Hall/CRC, 2005.	Bibliografía	Libro de consulta
D. A. Marcus. Graph Theory, A Problem Oriented Approach. MAA Textbooks, Cambridge Univ. Press, 2008.	Bibliografía	Libro de consulta
J. Matousek, J. Nešetřil. Invitación a la matemática discreta. Reverté, 2008.	Bibliografía	Libro de consulta
K. K. Meng, D. Fengming, T. E. Guan. Introduction to Graph Theory. World Scientific, 2007.	Bibliografía	Libro de consulta
A. M. Vieites et al. Teoría de grafos(Ejercicios resueltos y propuestos. Laboratorio con Sage). Ediciones Paraninfo, 2014.	Bibliografía	Libro para ejercicios de grafos con Sage
Sitio Moodle de la asignatura	Recursos web	<a href="https://moodle.upm.es/titulaciones/oficiales">https://moodle.upm.es/titulaciones/oficiales</a>  
Sala informática	Equipamiento	
Aula de clase	Equipamiento	

## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura

El ajuste exacto de las pruebas de evaluación dependerá de la coordinación con el resto de asignaturas.