



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros  
Informaticos

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**105000161 - Ecuaciones En Derivadas Parciales Y Simulación Numérica**

### PLAN DE ESTUDIOS

10ML - Grado En Matematicas E Informática

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2023/24 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

|  |    |
|--|----|
| 1. Datos descriptivos.....                       | 1  |
| 2. Profesorado.....                              | 1  |
| 3. Conocimientos previos recomendados.....       | 2  |
| 4. Competencias y resultados de aprendizaje..... | 2  |
| 5. Descripción de la asignatura y temario.....   | 3  |
| 6. Cronograma.....                               | 7  |
| 7. Actividades y criterios de evaluación.....    | 9  |
| 8. Recursos didácticos.....                      | 12 |
| 9. Otra información.....                         | 13 |

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

|  |   |
|--|---|
| <b>Nombre de la asignatura</b>             | 105000161 - Ecuaciones en Derivadas Parciales y Simulación Numérica |
| <b>No de créditos</b>                      | 6 ECTS  |
| <b>Carácter</b>                            | Optativa  |
| <b>Curso</b>                               | Cuarto curso  |
| <b>Semestre</b>                            | Séptimo semestre  |
| <b>Período de impartición</b>              | Septiembre-Enero  |
| <b>Idioma de impartición</b>               | Castellano  |
| <b>Titulación</b>                          | 10ML - Grado en Matematicas e Informática                           |
| <b>Centro responsable de la titulación</b> | 10 - Escuela Tecnica Superior De Ingenieros Informaticos            |
| <b>Curso académico</b>                     | 2023-24   |

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

| <b>Nombre</b>                              | <b>Despacho</b> | <b>Correo electrónico</b>    | <b>Horario de tutorías</b><br>* |
|--|-----------------|------------------------------|---------------------------------|
| Javier Lopez De La Cruz<br>(Coordinador/a) | 1312            | javier.lopez.delacruz@upm.es | Sin horario.                    |
| Juan Angel Rojo Carulli                    | 1302            | juan.rojo.carulli@upm.es     | Sin horario.                    |

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Conocimientos previos recomendados

---

### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Calculo I
- Ecuaciones Diferenciales
- Calculo II

### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Matemáticas e Informática no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

CE43 - Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo.

CG01 - Capacidad de resolución de problemas aplicando conocimientos de matemáticas, ciencias e ingeniería.

CG02 - Capacidad para el aprendizaje autónomo y la actualización de conocimientos, y reconocimiento de su necesidad en las áreas de la matemática y la informática.

CG05 - Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.

CG06 - Capacidad para trabajar dentro de un equipo, organizando, planificando, tomando decisiones, negociando y resolviendo conflictos, relacionándose, y criticando y haciendo autocrítica.

CG10 - Capacidad para usar las tecnologías de la información y la comunicación.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA192 - Manejo de software matemático que ayude a resolver numéricamente problemas de la vida real descritos mediante ecuaciones en derivadas parciales

RA193 - Modelizar matemáticamente problemas de la vida real mediante ecuaciones en derivadas parciales y conocer las técnicas para resolverlos.

RA75 - Estudiar fenómenos o situaciones del mundo real en los que se apliquen las Matemáticas de manera esencial

RA111 - Dado un campo de aplicación de las matemáticas o de la informática, evaluar y diseñar la solución más apropiada para resolver alguno de sus problemas, exponiendo las dificultades técnicas y los límites de la aplicación

RA76 - Conocer las herramientas básicas para la formulación de modelos físico-matemáticos en ciencias e ingeniería.

RA103 - Conocer alguno de los campos situados en la frontera entre las matemáticas y la informática, que están en la base de nuevas tendencias y desarrollos.

RA50 - Utilizar diversas técnicas para la resolución de problemas con ayuda de software matemático.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

El estudio de fenómenos de la vida real es, especialmente desde hace unas décadas, uno de los objetivos presentes en las pesquisas de gran cantidad de investigadores de multitud de áreas, no sólo Matemáticas sino también otras de ciencias aplicadas. En este proceso, el modelado de tales fenómenos es clave, así como lo es el conocimiento de diferentes técnicas y herramientas matemáticas que permitan abordar su estudio. Merece la pena destacar que, en gran parte de las ocasiones, los fenómenos reales se modelan mediante ecuaciones en derivadas parciales, dado que en la vida real los fenómenos dependen generalmente del tiempo y, en multitud de situaciones, también del espacio.

La asignatura "**Ecuaciones en derivadas parciales y simulación numérica**" pretende ofrecer a los estudiantes una introducción al modelado, al estudio en el sentido clásico y a la posterior simulación numérica de los tres

grandes tipos de ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden que existen: las parabólicas, las hiperbólicas y las elípticas.

Comenzaremos con las ecuaciones **parabólicas**, considerando la **ecuación del calor unidimensional**. Una vez deducida la ecuación, se presentará el **método de separación de variables**, así como algunos resultados de convergencia de series de Fourier que serán de vital importancia para encontrar la solución explícita de la ecuación en estudio. Estudiaremos también resultados de unicidad de solución y el efecto regularizante que posee la ecuación del calor. Además, se introducirá el uso de la transformada de Fourier y su aplicación a la resolución de la ecuación del calor unidimensional con dominio temporal no acotado.

Posteriormente continuaremos con las ecuaciones **hiperbólicas**, centrándonos en la **ecuación de ondas unidimensional**. En este caso, tras deducir la ecuación, presentaremos la Fórmula de D'Alembert, que permitirá resolver de forma explícita el problema de Cauchy para la ecuación de ondas, así como un resultado de unicidad de solución. Además, se estudiará el problema de Cauchy-Dirichlet para la ecuación de ondas por medio del **método de las características** y resultados de unicidad de solución. Finalizaremos este tema tratando la ecuación de ondas no homogénea, para la cual haremos uso del principio de Duhamel.

Más adelante consideraremos el último gran tipo de ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden, las **elípticas**, donde abordaremos la **ecuación de Laplace y la de Poisson**. En este caso introduciremos el operador laplaciano y diferentes resultados teóricos que serán clave para abordar el resto del tema, como las Identidades de Green y el Principio del Máximo. Estudiaremos la solución fundamental de la ecuación de Laplace, así como la fórmula de representación de Green, la función de Green y la fórmula integral de Poisson, herramientas que nos permitirán resolver el problema de Dirichlet para la ecuación de Laplace en una bola. Después consideraremos el problema de Dirichlet para la ecuación de Poisson, introduciendo para ello el potencial newtoniano. Finalizaremos este tema estudiando cómo obtener la función de Green en dominios con simetría.

Finalmente, se tratarán **métodos de diferencias finitas** para la resolución numérica de ecuaciones en derivadas parciales, implementando tales métodos en algún software matemático. Esto permitirá a los estudiantes complementar el estudio teórico realizado en los temas precedentes, así como proveerles de una potente herramienta que puede ayudarles a proporcionar información detallada acerca del fenómeno en estudio.

## 5.2. Temario de la asignatura

1. Introducción a las ecuaciones en derivadas parciales.
  - 1.1. Motivación y definiciones básicas.
  - 1.2. Las ecuaciones del calor, de ondas y de Laplace/Poisson.
  - 1.3. Problemas de valores iniciales, problemas de contorno y problemas mixtos.
  - 1.4. Clasificación de ecuaciones en derivadas parciales lineales de segundo orden.
2. Ecuaciones en derivadas parciales parabólicas. La ecuación del calor unidimensional.
  - 2.1. Modelado matemático de la ecuación del calor unidimensional.
  - 2.2. Resultados de convergencia para series de Fourier.
  - 2.3. El problema de Cauchy-Dirichlet para la ecuación del calor unidimensional homogénea. Método de separación de variables.
  - 2.4. Existencia y unicidad de solución del problema de Cauchy-Dirichlet para la ecuación del calor unidimensional homogénea. El efecto regularizante de la ecuación del calor.
  - 2.5. Transformada de Fourier. Existencia y unicidad de solución del problema de Cauchy para la ecuación del calor homogénea. Principio del máximo.
3. Ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas. La ecuación de ondas unidimensional.
  - 3.1. Modelado matemático de la ecuación de ondas unidimensional.
  - 3.2. El problema de Cauchy para la ecuación de ondas unidimensional homogénea. Fórmula de D'Alembert. Existencia y unicidad de solución.
  - 3.3. El problema de Cauchy-Dirichlet para la ecuación de ondas unidimensional homogénea. El método de las características. Existencia y unicidad de solución.
  - 3.4. El problema de Cauchy para la ecuación de ondas unidimensional no homogénea. El principio de Duhamel. Existencia y unicidad de solución.
4. Ecuaciones en derivadas parciales elípticas. La ecuación de Laplace y de Poisson.
  - 4.1. El problema de Dirichlet para la ecuación de Laplace y de Poisson. Fórmula de Green. Identidades de Green. El principio del máximo débil. Unicidad de solución del problema de Dirichlet para la ecuación de Poisson.
  - 4.2. Solución fundamental de la ecuación de Laplace. Fórmula de representación de Green. Función de Green.
  - 4.3. Resolución del problema de Dirichlet para la ecuación de Laplace en una bola. Fórmula integral de

Poisson.

4.4. El problema de Dirichlet para la ecuación de Poisson. Potencial newtoniano. Cálculo de la función de Green en dominios con simetría.

5. Resolución numérica de ecuaciones en derivadas parciales.

5.1. Métodos de diferencias finitas para la resolución numérica de ecuaciones diferenciales.

5.2. Métodos de diferencias finitas para la resolución numérica de ecuaciones en derivadas parciales.



## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

| Sem | Actividad en aula   | Actividad en laboratorio | Tele-enseñanza | Actividades de evaluación |
|-----|---|--------------------------|----------------|---------------------------|
| 1   | <b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                          |                |                           |
| 2   | <b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                          |                |                           |
| 3   | <b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                          |                |                           |
| 4   | <b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                          |                |                           |
| 5   | <b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                          |                |                           |
| 6   | <b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                          |                |                           |
| 7   | <b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                          |                |                           |
| 8   | <b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                          |                |                           |
| 9   | <b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                          |                |                           |
| 10  | <b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                          |                |                           |
| 11  | <b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br>Duración: 04:00<br>LM: Actividad del tipo Lección Magistral |                          |                |                           |

|    |  |  |  |   |
|----|--|--|--|---|
| 12 | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br/>Duración: 04:00<br/>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  |   |
| 13 | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br/>Duración: 04:00<br/>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  |   |
| 14 | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br/>Duración: 04:00<br/>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  |   |
| 15 | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br/>Duración: 04:00<br/>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  |   |
| 16 | <p><b>Explicación de contenidos teóricos y prácticos.</b><br/>Duración: 04:00<br/>LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> |  |  |   |
| 17 |  |  |  | <p><b>Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales parabólicas.</b><br/>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual<br/>Evaluación continua y sólo prueba final<br/>No presencial<br/>Duración: 01:00</p> <p><b>Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas.</b><br/>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual<br/>Evaluación continua y sólo prueba final<br/>No presencial<br/>Duración: 01:00</p> <p><b>Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales elípticas.</b><br/>TI: Técnica del tipo Trabajo Individual<br/>Evaluación continua y sólo prueba final<br/>No presencial<br/>Duración: 01:00</p> <p><b>Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones en derivadas parciales.</b><br/>TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo<br/>Evaluación continua y sólo prueba final<br/>No presencial<br/>Duración: 01:00</p> |

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación (progresiva)

| Sem. | Descripción   | Modalidad                               | Tipo          | Duración | Peso en la nota | Nota mínima | Competencias evaluadas                       |
|------|---|---|---------------|----------|-----------------|-------------|--|
| 17   | Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales parabólicas.            | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No Presencial | 01:00    | 25%             | 0 / 10      | CG01<br>CG02<br>CG05<br>CG10<br>CE43         |
| 17   | Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas.           | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No Presencial | 01:00    | 25%             | 0 / 10      | CG01<br>CG02<br>CG05<br>CG10<br>CE43         |
| 17   | Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales elípticas.              | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No Presencial | 01:00    | 25%             | 0 / 10      | CG01<br>CG02<br>CG05<br>CG10<br>CE43         |
| 17   | Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones en derivadas parciales. | TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo   | No Presencial | 01:00    | 25%             | 0 / 10      | CG01<br>CG02<br>CG05<br>CG06<br>CG10<br>CE43 |

#### 7.1.2. Prueba evaluación global

| Sem | Descripción   | Modalidad                               | Tipo          | Duración | Peso en la nota | Nota mínima | Competencias evaluadas               |
|-----|---|---|---------------|----------|-----------------|-------------|--------------------------------------|
| 17  | Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales parabólicas.  | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No Presencial | 01:00    | 25%             | 0 / 10      | CG01<br>CG02<br>CG05<br>CG10<br>CE43 |
| 17  | Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas. | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No Presencial | 01:00    | 25%             | 0 / 10      | CG01<br>CG02<br>CG05<br>CG10<br>CE43 |

|    |   |   |               |       |     |        |  |
|----|---|---|---------------|-------|-----|--------|--|
| 17 | Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales elípticas.              | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | No Presencial | 01:00 | 25% | 0 / 10 | CG01<br>CG02<br>CG05<br>CG10<br>CE43         |
| 17 | Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones en derivadas parciales. | TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo   | No Presencial | 01:00 | 25% | 0 / 10 | CG01<br>CG02<br>CG05<br>CG06<br>CG10<br>CE43 |

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

| Descripción   | Modalidad                               | Tipo       | Duración | Peso en la nota | Nota mínima | Competencias evaluadas                       |
|---|---|------------|----------|-----------------|-------------|--|
| Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales parabólicas.            | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | Presencial | 01:00    | 25%             | 0 / 10      | CG01<br>CG02<br>CG05<br>CG10<br>CE43         |
| Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas.           | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | Presencial | 01:00    | 25%             | 0 / 10      | CG01<br>CG02<br>CG05<br>CG10<br>CE43         |
| Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales elípticas.              | TI: Técnica del tipo Trabajo Individual | Presencial | 01:00    | 25%             | 0 / 10      | CG01<br>CG02<br>CG05<br>CG10<br>CE43         |
| Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones en derivadas parciales. | TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo   | Presencial | 01:00    | 25%             | 0 / 10      | CG01<br>CG02<br>CG05<br>CG06<br>CG10<br>CE43 |

## 7.2. Criterios de evaluación

### Convocatoria ordinaria

La evaluación de la asignatura en la convocatoria ordinaria (tanto evaluación progresiva como evaluación global) consistirá en la entrega de los trabajos que se enumeran a continuación:

- Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales parabólicas.
- Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas.
- Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales elípticas.
- Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones en derivadas parciales.

La calificación final de la asignatura se obtiene sumando las calificaciones de cada uno de los trabajos mencionados anteriormente con los pesos especificados en la Sección 7.1.1 (evaluación progresiva) y en la Sección 7.1.2 (evaluación global) de esta guía de aprendizaje.

Para aprobar la asignatura, dicha calificación final deberá ser mayor o igual a 5 sobre 10. En caso contrario, la calificación final será suspenso.

Los trabajos se entregarán como muy tarde el día de la convocatoria ordinaria oficial fijada por jefatura de estudios.

### Convocatoria extraordinaria

La evaluación de la asignatura en la convocatoria extraordinaria consistirá en la entrega de los trabajos que se enumeran a continuación:

- Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales parabólicas.
- Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales hiperbólicas.
- Trabajo sobre ecuaciones en derivadas parciales elípticas.
- Trabajo sobre simulación numérica de ecuaciones en derivadas parciales.

La calificación final de la asignatura se obtiene sumando las calificaciones de cada uno de los trabajos mencionados anteriormente con los pesos especificados en la Sección 7.1.3 de esta guía de aprendizaje.

Para aprobar la asignatura, dicha calificación final deberá ser mayor o igual a 5 sobre 10. En caso contrario, la calificación final será suspenso.

Los trabajos se entregarán como muy tarde el día de la convocatoria extraordinaria oficial fijada por jefatura de estudios.

## 8. Recursos didácticos

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

| Nombre  | Tipo         | Observaciones  |
|---|--------------|--|
| Apuntes de la asignatura "Ecuaciones en Derivadas Parciales". Grado en Matemáticas. Universidad de Sevilla. Disponible online en la web <a href="https://personal.us.es/pmr/images/pdfs/edp-apuntes-anteriores.pdf">https://personal.us.es/pmr/images/pdfs/edp-apuntes-anteriores.pdf</a> | Recursos web | Apuntes sobre la teoría clásica de ecuaciones en derivadas parciales que proporcionan una guía cuyo contenido es bastante cercano al programa de la asignatura.  |
| I. Peral Alonso. Primer Curso de Ecuaciones en Derivadas Parciales, Addison Wesley/Universidad Autónoma de Madrid (1995).   | Bibliografía | Una versión de este libro está disponible online en formato apuntes en <a href="http://matematicas.uam.es/~ireneo.peral/libro.pdf">http://matematicas.uam.es/~ireneo.peral/libro.pdf</a>   |
| S. Romero, F. J. Moreno e I. M. Rodríguez. Introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales. Disponible online en la web <a href="https://www.uhu.es/sixto.romero/EDP_libro.pdf">https://www.uhu.es/sixto.romero/EDP_libro.pdf</a>  | Recursos web | Esta referencia proporciona información sobre métodos de diferencias finitas para ecuaciones en derivadas parciales. También contiene información acerca de la teoría clásica de ecuaciones en derivadas parciales, ejercicios propuestos y resueltos. |
| R. Choksi. Partial Differential Equations. Pure and Applied Undergraduated Texts, vol. 54, AMS (2020).  | Bibliografía | Libro publicado recientemente que presenta la teoría de ecuaciones en derivadas parciales parabólicas, hiperbólicas y elípticas en sentido clásico. Contiene capítulos sobre series de Fourier y transformada de Fourier.                              |

|   |              |   |
|---|--------------|---|
| H. F. Weinberger. Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales, Reverté (1970).                          | Bibliografía | Libro que contiene información acerca de la teoría clásica de ecuaciones en derivadas parciales, series de Fourier, transformada de Fourier y métodos numéricos de resolución de ecuaciones en derivadas parciales. |
| D. G. Zill. Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado. Cengage learning, novena edición (2009). | Bibliografía | Este libro contiene modelado de problemas reales con ecuaciones diferenciales, así como la teoría necesaria para abordar su estudio y métodos de resolución numérica.   |
| Moodle  | Recursos web | Se pondrá a disposición de los estudiantes la plataforma Moodle donde se ofrecerá material para el desarrollo de la asignatura.   |

## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura