



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001

Escuela Politécnica de  
Enseñanza Superior

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**305000109 - Análisis Vectorial**

### PLAN DE ESTUDIOS

30GM - Grado En Matematicas

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2023/24 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	3
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	10
8. Recursos didácticos.....	13
9. Otra información.....	14

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	305000109 - Análisis Vectorial
<b>No de créditos</b>	6 ECTS
<b>Carácter</b>	Obligatoria
<b>Curso</b>	Segundo curso
<b>Semestre</b>	Tercer semestre
<b>Período de impartición</b>	Septiembre-Enero
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	30GM - Grado en Matematicas
<b>Centro responsable de la titulación</b>	30 - Escuela Politecnica De Enseñanza Superior
<b>Curso académico</b>	2023-24

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías *</b>
Bernardo De La Calle Ysern (Coordinador/a)		bernardo.delacalle@upm.es	Sin horario. Las tutorías se fijarán al principio de curso.

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Conocimientos previos recomendados

---

### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Cálculo En Varias Variables
- Cálculo En Una Variable
- Álgebra Lineal

### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

- Capacidad lectora en inglés

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar propiedades en distintos campos de la Matemática, para construir argumentaciones, elaborar cálculos y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE2 - Conocer y comprender demostraciones rigurosas de los principales teoremas de cada área de la Matemática y extraer de ellos corolarios mediante la particularización a casos concretos.

CE3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE4 - Abstractar las propiedades estructurales de objetos matemáticos, de la realidad observada o de otros ámbitos distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales.

CE7 - Resolver problemas de Matemáticas, mediante habilidades de cálculo básico y tecnologías de computación, planificando su resolución en función de las herramientas de que se disponga y de las restricciones de tiempo y recursos.

CG1 - Identificar la naturaleza, métodos y fines de los distintos campos de la Matemática y asociarlos con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.

CG4 - Utilizar los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA77 - Deducir el comportamiento de un campo vectorial a partir de la expresión analítica del campo y de su divergencia y rotacional.

RA78 - Calcular los diferentes tipos de integrales que aparecen en la asignatura ¿de línea, superficie y volumen? y relacionarlas según indican los teoremas integrales.

RA76 - Manejar las ecuaciones paramétricas de curvas y superficies y distinguir las integrales definidas sobre estos objetos de las integrales simples o dobles en la recta o el plano.

RA79 - Identificar el papel que juegan los elementos topológicos en las propiedades de los campos vectoriales, así como de sus integrales.

RA80 - Conectar el lenguaje de las formas diferenciales con los resultados clásicos del cálculo vectorial en el plano y el espacio, y utilizar las formas diferenciales para realizar cálculos en  $n$  dimensiones con  $n > 3$ .

RA81 - Aplicar los conceptos y resultados matemáticos del análisis vectorial en la Física u otras disciplinas.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

El primer objetivo básico de la asignatura es la introducción del concepto de campo, así como la comprensión, dominio y aplicación de los teoremas clásicos asociados con la integración de campos, es decir, los teoremas de Green, Gauss y Stokes en el plano y el espacio. Así, la primera parte del temario representa una continuación de la asignatura «Cálculo en varias variables» que se imparte en el segundo semestre del grado, en donde se pasa de integrar funciones en el plano y el espacio a integrar ahora campos sobre curvas y superficies.

El segundo objetivo es alcanzar una mayor madurez matemática pasando del cálculo al análisis y a una matemática más moderna que la del siglo XIX. Esto se aborda en la segunda parte del temario con el estudio de variedades parametrizadas y formas diferenciables en el espacio  $n$ -dimensional. El comprobar cómo se pueden recuperar los teoremas clásicos a partir del teorema generalizado de Stokes constituye una culminación natural de

la asignatura.

Por último, una característica importante de la asignatura es que constituye un cruce de caminos entre análisis, geometría, álgebra y física. Buscaremos apreciar estas conexiones que nos permitan ver la matemática como una disciplina potente que cuenta con multitud de herramientas y diferentes enfoques, pero en absoluto formada por compartimentos estancos.

## 5.2. Temario de la asignatura

### 1. Integrales curvilíneas.

1.1. Curva parametrizada. Curva rectificable: longitud de arco.

1.2. Integral de campos escalares y vectoriales a lo largo de una curva. Trabajo. Campos conservativos y campos de gradientes. Potencial escalar.

1.3. Teorema de Green. Dominios planos simplemente conexos. Existencia de potencial escalar global.

### 2. Integrales de superficie.

2.1. Superficie parametrizada. Ecuaciones implícitas de una superficie.

2.2. El problema del área. Integral de campos escalares sobre una superficie.

2.3. Superficie orientable. Integral de campos vectoriales sobre una superficie: flujo. Significado geométrico del operador laplaciano.

### 3. Teoremas integrales clásicos.

3.1. Teorema de Gauss. Significado geométrico del operador divergencia.

3.2. Superficie con borde. Teorema de Stokes. Significado geométrico del operador rotacional.

### 4. Integración de formas diferenciales.

4.1. Variedades parametrizadas de dimensión  $k$  en  $\mathbb{R}^n$ . Volumen de un  $k$ -paralelepípedo en  $\mathbb{R}^n$ . Integración de funciones escalares.

4.2. Formas diferenciables en  $\mathbb{R}^n$ . Derivada exterior y producto exterior. Propiedades. Acción de una aplicación diferenciable.

4.3. Integración de formas en variedades parametrizadas de  $\mathbb{R}^n$ . Variedades parametrizadas con borde. Orientación y orientación inducida. Teorema generalizado de Stokes.

### 5. Teoría de campos.

5.1. El símbolo de Levi-Civita. Fórmulas de derivación.

5.2. Campos irrotacionales. Homotopía y dominios simplemente conexos. Potencial escalar global. Campos centrales.

5.3. Campos solenoidales, potencial vector y dominios estrellados.

5.4. Formas cerradas y exactas. Espacios contractibles. Lema de Poincaré

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p><b>Presentación de la asignatura</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 1</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Trabajo en aula</b> Duración: 01:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p>			
2	<p><b>Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 1</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Trabajo en aula</b> Duración: 01:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p>			<p><b>Trabajo en Aula</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
3	<p><b>Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 1</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Trabajo en aula</b> Duración: 01:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p>			<p><b>Trabajo en Aula</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
4	<p><b>Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 1</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Trabajo en aula</b> Duración: 01:00</p>			<p><b>Trabajo en Aula</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>



	AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas			
5	<p><b>Tema 2</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Trabajo en aula</b> Duración: 01:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p>			
6	<p><b>Tema 2</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Trabajo en aula</b> Duración: 01:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p>			
7	<p><b>Tema 2</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Tema 2</b> Duración: 01:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p> <p><b>Tema 3</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			<p><b>Trabajo en Aula</b> TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación continua Presencial Duración: 01:00</p>
8	<p><b>Tema 3</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 3</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Trabajo en aula</b> Duración: 01:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p>			
9	<p><b>Tema 3</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 3</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Trabajo en aula</b> Duración: 01:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p>			<p><b>Trabajo en Aula</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>

10	<p><b>Tema 4</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 4</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Examen parcial</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
11	<p><b>Tema 4</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 4</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Trabajo en aula</b> Duración: 01:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p>			
12	<p><b>Tema 4</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Trabajo en aula</b> Duración: 01:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p> <p><b>Tema 4</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			<p><b>Trabajo en Aula</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
13	<p><b>Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 5</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Examen parcial</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
14	<p><b>Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 5</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Trabajo en aula</b> Duración: 01:00 AC: Actividad del tipo Acciones Cooperativas</p>			<p><b>Trabajo en Aula</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
15				
16				
17				<p><b>Examen global del temario de la asignatura</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 03:00</p>

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del

plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
2	Trabajo en Aula	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	6.67%	0 / 10	CE3 CE2 CE4 CE1 CE7
3	Trabajo en Aula	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	6.67%	0 / 10	CE3 CE2 CE4 CE1 CE7
4	Trabajo en Aula	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	6.67%	0 / 10	CE3 CE2 CE4 CE1 CE7
7	Trabajo en Aula	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	Presencial	01:00	10%	4 / 10	CE1 CE3 CG1 CE2 CE4 CE7
9	Trabajo en Aula	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	6.67%	0 / 10	CE3 CE2 CE4 CE1 CE7
10	Examen parcial	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	25%	4 / 10	CE3 CG1 CE2 CE4 CE7 CG4 CE1

12	Trabajo en Aula	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	6.66%	0 / 10	CE1 CE3 CE2 CE4 CE7
13	Examen parcial	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	25%	4 / 10	CG4 CE1 CE3 CG1 CE2 CE4 CE7
14	Trabajo en Aula	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	6.66%	0 / 10	CE3 CE2 CE4 CE7 CE1

### 7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen global del temario de la asignatura	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	5 / 10	CE2 CG1 CE3 CE7 CG4 CE4 CE1

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen global del temario de la asignatura	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	5 / 10	CE2 CG1 CE3 CE7 CG4 CE4 CE1

## 7.2. Criterios de evaluación

La evaluación progresiva (EP) se llevará a cabo de la siguiente manera:

1. Trabajos en aula a resolver por equipos con ayuda del profesor (40% de la nota total de EP). Se realizan 6 pruebas y se escogen las 5 mejores notas.
2. Trabajo en aula individual con ayuda del profesor (10% de la nota total de EP). Se realiza 1 prueba.
3. Dos exámenes parciales individuales por escrito (50% de la nota total de EP).

Los alumnos que tengan nota de EP mayor o igual que 5 sobre 10 habrán aprobado la asignatura, salvo que no cumplan el requisito de nota mínima. La nota mínima solo afecta a las pruebas individuales (puntos 2. y 3. anteriores) y se aplicará únicamente a la suma total de las calificaciones de estos apartados.

Además, los alumnos que no hayan aprobado la asignatura por evaluación progresiva podrán realizar una prueba global fuera del periodo de docencia con fecha a determinar por Ordenación Académica. La prueba global consistirá de un examen por escrito individual con una duración máxima de 3 horas; versará sobre la totalidad del temario y permitirá a los alumnos obtener la máxima nota de la asignatura.

De forma complementaria a lo anterior, el profesor propondrá una serie de problemas avanzados cuya resolución supondrá 0.5 puntos más de nota global en la convocatoria ordinaria.

La evaluación de la convocatoria extraordinaria consistirá en un único examen individual por escrito con una duración máxima de 3 horas que cubrirá la totalidad del temario.

### Observaciones a la evaluación.

Los trabajos en aula consistirán en la realización de ejercicios, cuestionarios y controles que tratarán los aspectos prácticos y teóricos de la asignatura. El método de puntuación de los trabajos en aula permite faltar a alguna de las actividades sin perder la posibilidad de alcanzar la máxima nota.

Las duraciones indicadas para las actividades de evaluación son máximas orientativas.

Las fechas indicadas para los trabajos en aula son aproximadas y orientativas. Podrían variar en función del desarrollo del temario.

## 8. Recursos didácticos

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
R. A. ADAMS, C. ESSEX, Calculus. A Complete Course, 9. <sup>a</sup> edición, Pearson, 2018.	Bibliografía	Bibliografía básica
D. BACHMAN, A Geometric Approach to Differential Forms, 2. <sup>a</sup> edición, Birkhäuser, 2012.	Bibliografía	Bibliografía complementaria para el tema 4.
J. J. CALLAHAN, Advanced Calculus. A Geometric View, Springer, 2010.	Bibliografía	Bibliografía complementaria.
J. J. DUISTERMAAT, J. A. C. KOLK, Multidimensional Real Analysis II. Integration, Cambridge University Press, 2004.	Bibliografía	Bibliografía complementaria.
J. P. FORTNEY, A Visual Introduction to Differential Forms and Calculus on Manifolds, Birkhäuser, 2018.	Bibliografía	Bibliografía complementaria para el tema 4.
A. GALBIS, M. MAESTRE, Vector Analysis Versus Vector Calculus, Springer, 2012.	Bibliografía	Bibliografía básica para los temas 4 y 5.
J. H. HUBBARD, B. BURKE HUBBARD, Vector Calculus, Linear Algebra, and Differential Forms, 5. <sup>a</sup> edición, Matrix Editions, 2015.	Bibliografía	Bibliografía complementaria.
J. E. MARSDEN, A. TROMBA, Cálculo vectorial, 6. <sup>a</sup> edición, Pearson, 2018.	Bibliografía	Bibliografía básica.

J. R. MUNKRES, Analysis on Manifolds, CRC Press, 1991.	Bibliografía	Bibliografía básica para los temas 4 y 5.
MATLAB	Equipamiento	Software
Maple	Equipamiento	Software
Moodle	Recursos web	Plataforma donde se aloja material de la asignatura y avisos.

## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura

La herramienta informática utilizada para elaborar esta guía establece una segregación estricta entre clases magistrales y clases de problemas. En la práctica se integrarán las dos modalidades de manera simultánea.

#### Objetivos de desarrollo sostenible (ODS)

La asignatura se fundamenta en el ODS 4: Educación de Calidad. En su desarrollo se tendrán en cuenta los ODS 5: Igualdad de Género y 17: Alianzas para lograr los objetivos.