



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001

Escuela Politécnica de  
Enseñanza Superior

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**305000110 - Topología**

### PLAN DE ESTUDIOS

30GM - Grado En Matematicas

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2023/24 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	3
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	10
8. Recursos didácticos.....	14
9. Otra información.....	15

## 1. Datos descriptivos

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	305000110 - Topología
<b>No de créditos</b>	6 ECTS
<b>Carácter</b>	Obligatoria
<b>Curso</b>	Segundo curso
<b>Semestre</b>	Tercer semestre
<b>Período de impartición</b>	Septiembre-Enero
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	30GM - Grado en Matematicas
<b>Centro responsable de la titulación</b>	30 - Escuela Politecnica De Enseñanza Superior
<b>Curso académico</b>	2023-24

## 2. Profesorado

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

Nombre	Despacho	Correo electrónico	Horario de tutorías *
Juan Viu Sos (Coordinador/a)		juan.viu.sos@upm.es	L - 11:00 - 14:00 X - 11:00 - 14:00 Es aconsejable citarse con anterioridad mediante correo electrónico.

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Conocimientos previos recomendados

---

### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Fundamentos De Matemáticas
- Cálculo En Varias Variables
- Cálculo En Una Variable

### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

- Correcto manejo de la lógica proposicional de primer orden
- Correcto manejo de las normas usuales en  $\mathbb{R}^n$
- Correcto manejo de la teoría de conjuntos y aplicaciones

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

CE1 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar propiedades en distintos campos de la Matemática, para construir argumentaciones, elaborar cálculos y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE2 - Conocer y comprender demostraciones rigurosas de los principales teoremas de cada área de la Matemática y extraer de ellos corolarios mediante la particularización a casos concretos.

CE3 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE4 - Abstractar las propiedades estructurales de objetos matemáticos, de la realidad observada o de otros ámbitos distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales.

CE5 - Comprobar con demostraciones hipótesis sobre un objeto matemático o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CG1 - Identificar la naturaleza, métodos y fines de los distintos campos de la Matemática y asociarlos con cierta perspectiva histórica de su desarrollo.

CG2 - Reconocer la presencia de la Matemática subyacente en la Naturaleza, en la Ciencia, en la Tecnología y en el Arte. Reconocer a la Matemática como parte integrante de la Educación y la Cultura.

CG3 - Utilizar las capacidades analíticas y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso desarrolladas a través del estudio de la Matemática en contextos tanto matemáticos como no matemáticos.

CG4 - Utilizar los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones tanto en contextos académicos como profesionales.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA100 - Distinguir espacios topológicos a través de invariantes algebraicos.

RA99 - Manejar con soltura los conceptos de compacidad y conexión.

RA98 - Construir espacios topológicos a partir de espacios dados.

RA101 - Aplicar los conceptos topológicos en el contexto de los espacios de funciones.

RA96 - Distinguir las nociones de espacios métrico y topológico.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

El objetivo principal de esta asignatura es la introducción y el aprendizaje del manejo de los conceptos de espacio topológico y espacio métrico como generalización de la topología en  $\mathbb{R}^n$  vista en asignaturas anteriores. La asignatura consta de tres partes diferenciadas.

La primera parte establece las bases de lo que es habitualmente conocido como topología conjuntista: espacios métricos y espacios topológicos, primeras propiedades de éstos, así como sus subconjuntos y puntos notables, aplicaciones entre espacios topológicos, la noción de continuidad y homeomorfismo, y construcción de nuevas topologías (Temas 1-4).

La segunda parte trata propiedades más avanzadas y estructurales de los espacios topológicos y métricos, así como una primera introducción a sus invariantes algebraicos: nociones de compacidad, espacios métricos

completos y teoremas de punto fijo, conexión, homotopias y primeros ejemplos de cálculos del grupo fundamental (Temas 5).

Finalmente, se tratará en el último tema la clasificación de superficies topológicas compactas (sin borde), mediante el estudio de sus representaciones planas, las triangulaciones, la característica de Euler y el género (Tema 6).

## 5.2. Temario de la asignatura

### 1. Espacios métricos y topología en $\mathbb{R}^n$

- 1.1. Repaso de normas y métricas en  $\mathbb{R}^n$
- 1.2. Distancias y métricas
- 1.3. Entornos, abiertos y cerrados en espacios métricos

### 2. Espacios topológicos

- 2.1. Definición axiomática de la topología
- 2.2. Subconjuntos cerrados
- 2.3. Entornos de un punto
- 2.4. Puntos especiales de una topología: clausura, interior, frontera
- 2.5. Bases y subbases de una topología. Axiomas de numerabilidad
- 2.6. Densidad y separabilidad
- 2.7. Espacios Hausdorff
- 2.8. Espacios metrizable y métricas topológicamente equivalentes
- 2.9. Sucesiones convergentes

### 3. Aplicaciones y continuidad

- 3.1. Continuidad en un punto. Continuidad global
- 3.2. Homeomorfismos y embebimientos
- 3.3. Continuidad uniforme

### 4. Subespacios y construcción de nuevas topologías

- 4.1. Topología relativa
- 4.2. Topología producto
- 4.3. Topología cociente
- 4.4. Topologías iniciales y finales

## 5. Compacidad y conexión

### 5.1. Espacios compactos

### 5.2. Espacios conexos y arco-conexos

### 5.3. Componentes conexas

### 5.4. Compacidad local. Conexión local

### 5.5. Homotopia de caminos y grupo fundamental. Primeros ejemplos

### 5.6. Espacios métricos completos. Teoremas de punto fijo

## 6. Clasificación de superficies topológicas compactas

### 6.1. Superficies compactas y representaciones planas. Suma conexa y orientabilidad

### 6.2. Complejos simpliciales y triangulaciones. La característica de Euler y el género

### 6.3. Teorema de clasificación de superficies compactas

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p><b>Presentación de la asignatura</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 1</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
2	<p><b>Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Tema 2</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			<p><b>Trabajo en aula por grupos</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
3	<p><b>Tema 2</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
4	<p><b>Tema 2</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Trabajo en aula por grupos</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>

5	<p><b>Tema 2</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 2</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
6	<p><b>Tema 3</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 3</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 3</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Trabajo en aula por grupos</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
7	<p><b>Tema 3</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Tema 3</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 3</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
8	<p><b>Tema 4</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 4</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Primer examen parcial (EP)</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p>
9	<p><b>Tema 4</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 4</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 4</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Trabajo en aula por grupos</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
10	<p><b>Tema 4</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 4</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			

11	<p><b>Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 5</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Trabajo en aula por grupos</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
12	<p><b>Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 5</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
13	<p><b>Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 5</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p> <p><b>Tema 6</b> Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p>			<p><b>Trabajo en aula por grupos</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:00</p>
14	<p><b>Tema 6</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Tema 6</b> Duración: 01:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
15	<p><b>Tema 6</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Presentación de trabajo en grupo</b> PG: Técnica del tipo Presentación en Grupo Evaluación continua Presencial Duración: 00:30</p> <p><b>Entrega trabajo individual</b> TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación continua No presencial Duración: 00:00</p>
16				
17				<p><b>Segundo examen parcial (EP)</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 02:00</p> <p><b>Examen global</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial</p>

Duración: 04:00

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
2	Trabajo en aula por grupos	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	.5%	/ 10	CE3 CE4 CG2 CG1 CG3 CE1 CE2 CE5 CG4
4	Trabajo en aula por grupos	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	.5%	/ 10	CE3 CE4 CG2 CG1 CG3 CE1 CE2 CE5 CG4
6	Trabajo en aula por grupos	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	.5%	/ 10	CE3 CE4 CG2 CG1 CG3 CE1 CE2 CE5 CG4
8	Primer examen parcial (EP)	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	35%	4 / 10	CG2 CG1 CG3 CE1 CE2 CE5 CE3 CE4 CG4

9	Trabajo en aula por grupos	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	.5%	/ 10	CE3 CE4 CG2 CG1 CG3 CE1 CE2 CE5 CG4
11	Trabajo en aula por grupos	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	.5%	/ 10	CE3 CE4 CG2 CG1 CG3 CE1 CE2 CE5 CG4
13	Trabajo en aula por grupos	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	Presencial	00:00	.5%	/ 10	CE3 CE4 CG2 CG1 CG3 CE1 CE2 CE5 CG4
15	Presentación de trabajo en grupo	PG: Técnica del tipo Presentación en Grupo	Presencial	00:30	12%	4 / 10	CE4 CG1 CG4 CE1 CE2 CE3 CE5
15	Entrega trabajo individual	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	10%	4 / 10	CE3 CE4 CG2 CG1 CG3 CE1 CE2 CE5 CG4
17	Segundo examen parcial (EP)	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	40%	4 / 10	CE3 CE4 CG2 CG1 CG3 CE1 CE2 CE5 CG4

### 7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen global	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	04:00	100%	5 / 10	CG2 CE4 CG1 CG3 CG4 CE1 CE2 CE3 CE5

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen de Ev. extraordinaria	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	5 / 10	CE3 CE4 CG2 CG1 CG3 CE1 CE2 CE5 CG4

## 7.2. Criterios de evaluación

La evaluación progresiva (EP) se llevará a cabo de la siguiente manera:

- Un primer examen parcial por escrito (Temas 1-3, 35% de la nota total de EP),
- Un segundo examen parcial por escrito (Temas 4-6, 40% de la nota total de EP),
- Trabajos en aula a resolver por equipos con ayuda del profesor, junto con una presentación final oral de un trabajo y realizada en equipo (15% de la nota total de EP).
- Trabajo entregable individual de marcado carácter teórico (demostración de un resultado importante, resultados que complementen el temario, etc.) con ayuda del profesor (10% de la nota total de EP).

El alumnado que obtenga nota de EP mayor o igual que 5 sobre 10 habrán aprobado la asignatura, salvo que no cumplan el requisito de nota mínima en alguno de los parciales. Se exigirán unas calificaciones mínimas de 4/10 en cada una de las actividades de evaluación anteriores para poder acceder a la EP.

Además, para quien no haya aprobado la asignatura por EP se efectuará una prueba global (EG) fuera del periodo de docencia con fecha a determinar por la Jefatura de Estudios. La prueba global consistirá de un examen por escrito individual con una duración máxima de 4 horas; versará sobre la totalidad del temario y permitirá a los alumnos obtener la máxima nota de la asignatura. La calificación final (EF) de la asignatura será el máximo de EP y EG. Para aprobar la asignatura será preciso obtener al menos una nota de 5 sobre 10 en EF.

De forma complementaria a lo anterior, el profesor propondrá una serie de problemas avanzados cuya resolución supondrá 0.5 puntos más de nota global en EF.

La evaluación de la convocatoria extraordinaria consistirá en un único examen individual por escrito con una duración máxima de 4 horas que cubrirá la totalidad del temario.

### Observaciones a la evaluación.

Los trabajos en aula consistirán en la realización de ejercicios, cuestionarios y controles que tratarán los aspectos prácticos y teóricos de la asignatura. El método de puntuación de los trabajos en aula permite faltar a alguna de las actividades sin perder la posibilidad de alcanzar la máxima nota.

Las duraciones indicadas para las actividades de evaluación son máximas orientativas.

Las fechas indicadas para los trabajos en aula son aproximadas y orientativas. Podrían variar en función del desarrollo del temario.

La calificación de "No presentado" en la convocatoria ordinaria se otorgará a quienes no hayan participado en ninguna de las actividades de evaluación (ni el sistema de evaluación progresiva, ni en el examen final global).

## 8. Recursos didácticos

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
J. R. Munkres. Topología. Alhambra, 2a ed. 2002.	Bibliografía	
H. Barge Yañez, A. Zamora Saiz. Topología, Sans Y Torres S.L. 2021	Bibliografía	
L. Steen, J. A. Jr. Seebach. Counterexamples in Topology, 2nd ed. 1978.	Bibliografía	
C. Kosniowski. Topologia algebraica. Ed. Reverte. 1992.	Bibliografía	
F. Mascaró Bonín, J. Monverde García-Pozuelo, J. J. Nuño, R. Sivera. Introducció a la topologia, Publicacions Universitat de València; N.º 2 edició, 2013.	Bibliografía	
S. Willard. General Topology. Dover Publications, Ilust. ed. 2004.	Bibliografía	

G. Skandalis. Topologie et analyse 3e année - Cours et exercices avec solutions. Sciences Sup, Ed. Dunod.2004.	Bibliografía	
<a href="https://topology.jdabbs.com/">https://topology.jdabbs.com/</a>	Recursos web	Web recopilando numerosos ejemplos de espacios topológicos y sus propiedades.

## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura

La asignatura se fundamenta en el ODS 4: Educación de Calidad. En su desarrollo se tendrán en cuenta los ODS (Objetivos de desarrollo sostenible):

- 5: Igualdad de Género
- 17: Alianzas para lograr los objetivos.