



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros  
Informaticos

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**105000128 - Topologia**

### PLAN DE ESTUDIOS

10ML - Grado En Matematicas E Informática

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2023/24 - Segundo semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	9
8. Recursos didácticos.....	12

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	105000128 - Topologia
<b>No de créditos</b>	6 ECTS
<b>Carácter</b>	Obligatoria
<b>Curso</b>	Tercero curso
<b>Semestre</b>	Sexto semestre
<b>Período de impartición</b>	Febrero-Junio
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	10ML - Grado en Matematicas e Informática
<b>Centro responsable de la titulación</b>	10 - Escuela Tecnica Superior De Ingenieros Informaticos
<b>Curso académico</b>	2023-24

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías *</b>
Alfonso Zamora Saiz (Coordinador/a)	1312	alfonso.zamora@upm.es	Sin horario. A determinar
Hector Barge Yañez	1307	h.barge@upm.es	Sin horario. A determinar

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Conocimientos previos recomendados

---

### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Calculo I

- Calculo II

### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Matemáticas e Informática no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Conocer demostraciones de teoremas clásicos. Comprender las definiciones de objetos matemáticos y ser capaz de plantear nuevas definiciones. Poder enunciar resultados y construir demostraciones, detectar errores en ellas o encontrar contraejemplos.

CE02 - Ser capaz de extraer de un objeto matemático aquellas propiedades fundamentales que lo caracterizan, distinguiéndolas de aquellas otras ocasionales compartidas con otros objetos matemáticos.

CE03 - Ser capaz de plantear modelos matemáticos para problemas reales, utilizando para resolverlos las herramientas necesarias, interpretando la solución en los mismos términos en que estaba planteado el problema.

CE04 - Comprender y ser capaz de encontrar soluciones a problemas matemáticos en diferentes áreas, utilizando para resolverlos las herramientas analíticas, numéricas o estadísticas disponibles.

CE09 - Capacidad de elegir y usar los métodos analíticos y de modelización relevantes, y de describir una solución de forma abstracta.

CE11 - Comprender intelectualmente el papel central que tienen los algoritmos y las estructuras de datos, así como una apreciación del mismo.

CE18 - Asimilar y manejar los principales conceptos del Álgebra Lineal y de las Geometrías Afín y Euclídea.

CE20 - Conocer y saber utilizar los conceptos básicos de la Topología. Usar el Cálculo Diferencial e Integral y la Topología para el estudio de curvas y superficies.

CE43 - Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo.

CG01 - Capacidad de resolución de problemas aplicando conocimientos de matemáticas, ciencias e ingeniería.

CG02 - Capacidad para el aprendizaje autónomo y la actualización de conocimientos, y reconocimiento de su necesidad en las áreas de la matemática y la informática.

CG03 - Saber trabajar en situaciones carentes de información y bajo presión, teniendo nuevas ideas, siendo creativo.

CG04 - Capacidad de gestión de la información.

CG05 - Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.

CG10 - Capacidad para usar las tecnologías de la información y la comunicación.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA184 - Conocer y manejar los espacios topológicos abstractos y construir nuevos ejemplos usando las nociones de subespacio topológico, espacio producto y espacio cociente. Conocer los axiomas de separación y los espacios métricos y sus propiedades.

RA185 - Manejar las aplicaciones continuas y la noción de homeomorfismo, así como las propiedades topológicas conexión y compacidad.

RA186 - Conocer el grupo fundamental de un espacio topológico y saber calcularlo en ejemplos sencillos. Reconocer topológicamente las superficies compactas y manejar su clasificación.

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

La *topología* es el estudio de los *espacios topológicos*, conjuntos con la estructura mínima necesaria para hablar de conceptos como cercanía o continuidad.

En *topología* estudiaremos propiedades que no cambian al hacer transformaciones biyectivas y bicontinuas llamadas *homeomorfismos*, transformaciones elásticas como estiramientos o torsiones que no rompen o unen piezas ni hacen o sellan agujeros. Así, dos espacios *homeomorfos* son prácticamente indistinguibles desde el punto de vista de la *topología*. Por eso, como solía decir cada año en su primera clase un gran topólogo que ya no está entre nosotros, *un topólogo es un matemático que no distingue un donut de una taza*.

### 5.2. Temario de la asignatura

1. Espacios topológicos
  - 1.1. Definición y ejemplos.
  - 1.2. Base de una topología.
  - 1.3. Conjuntos cerrados.
  - 1.4. Tipos de puntos de un subconjunto.
  - 1.5. Axiomas de separación.
  - 1.6. Topología de subespacio.
2. Aplicaciones continuas.
  - 2.1. Aplicaciones continuas.
  - 2.2. Homeomorfismos.
  - 2.3. Embebimientos.
3. Topologías producto y cociente
  - 3.1. Topología producto.
  - 3.2. Topología cociente.
4. Espacios métricos.
  - 4.1. Métricas en un conjunto.

- 4.2. Distancia acotada.
- 4.3. Axiomas de separación y metrizabilidad.
- 5. Conexión.
  - 5.1. Espacios conexos.
  - 5.2. Continuidad y conexión.
  - 5.3. Propiedades de los espacios conexos.
  - 5.4. Componentes conexas.
  - 5.5. Conexión por caminos.
  - 5.6. Conexión local.
- 6. Compacidad.
  - 6.1. Espacios compactos.
  - 6.2. Continuidad y compacidad.
  - 6.3. Subespacios compactos de espacios  $T_2$ .
  - 6.4. Producto de espacios compactos.
  - 6.5. Compacidad en espacios métricos.
  - 6.6. Compacidad local y compactificación de Alexandroff.
- 7. El grupo fundamental
  - 7.1. Homotopía entre aplicaciones.
  - 7.2. Homotopía de caminos.
  - 7.3. El grupo fundamental de la circunferencia.
  - 7.4. El Teorema de Seifert-Van Kampen.
- 8. Clasificación de las superficies compactas
  - 8.1. Variedades topológicas.
  - 8.2. Superficies.
  - 8.3. Complejos simplicidades y triangulaciones.
  - 8.4. Representaciones planas de superficies compactas.
  - 8.5. Clasificación de superficies compactas.

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
2	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
3	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
4	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
5	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
6	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			

7	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
8	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Entrega de problemas resueltos</b> TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación continua No presencial Duración: 00:00</p> <p><b>Ejercicio práctico entregable</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 01:00</p>
9	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
10	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
11	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
12	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
13	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			
14	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de ejercicios</b> Duración: 02:00 PR: Actividad del tipo Clase de Problemas</p>			<p><b>Entrega de problemas resueltos</b> TI: Técnica del tipo Trabajo Individual Evaluación continua No presencial Duración: 00:00</p> <p><b>Ejercicio Práctico Entregable</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito</p>

				Evaluación continua Presencial Duración: 01:00
15				
16				
17				<b>Prueba de Evaluación Global</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 03:00  <b>Examen Evaluación Progresiva</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación continua Presencial Duración: 03:00

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
8	Entrega de problemas resueltos	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	10%	/ 10	CG01 CG02 CG03 CG04 CG05 CG10 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE11 CE18 CE20 CE43
8	Ejercicio práctico entregable	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:00	5%	/ 10	CG01 CG02 CG03 CG04 CG05 CG10 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE11 CE18 CE20 CE43
14	Entrega de problemas resueltos	TI: Técnica del tipo Trabajo Individual	No Presencial	00:00	10%	/ 10	CG01 CG02 CG03 CG04 CG05 CG10 CE01 CE02 CE03 CE04

							CE09 CE11 CE18 CE20 CE43
14	Ejercicio Práctico Entregable	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:00	5%	/ 10	CG01 CG02 CG03 CG04 CG05 CG10 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE11 CE18 CE20 CE43
17	Examen Evaluación Progresiva	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	70%	/ 10	CG01 CG02 CG03 CG04 CG05 CG10 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE11 CE18 CE20 CE43

### 7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Prueba de Evaluación Global	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	5 / 10	CG01 CG02 CG03 CG04 CG05 CG10 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE11 CE18 CE20

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

No se ha definido la evaluación extraordinaria.

## 7.2. Criterios de evaluación

### Convocatoria ordinaria

### Evaluación progresiva

La evaluación progresiva constará de:

- Dos entregas escritas de problemas durante el curso (a entregar en las semanas 8 y 14), contando cada una un 10%
- Dos ejercicios a realizar en clase (sin especificar el día) que serán recogidos y evaluados, contando cada uno un 5%.
- Examen final teórico-práctico en la fecha de evaluación ordinaria, contando un 70%, sobre el contenido global de la asignatura.

### Evaluación mediante prueba global

Examen final teórico-práctico en la fecha de evaluación ordinaria, contando un 100%, sobre el contenido global de la asignatura.

La calificación final de la convocatoria ordinaria será la resultante de tomar el máximo entre la nota de la prueba global y la ponderación de los items de la evaluación progresiva. La asignatura se superará si esta calificación final es superior o igual a 5/10.

## Convocatoria extraordinaria

**Examen final teórico-práctico en la fecha de evaluación ordinaria, contando un 100%, sobre el contenido global de la asignatura. La asignatura se superará si esta calificación final es superior o igual a 5/10.**

## 8. Recursos didácticos

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
C. Adams, R. Franzosa, Introduction to Topology Pure and Applied, Pearson Prentice Hall, 2008	Bibliografía	
M.A. Armstrong, Basic Topology, Springer, 1983	Bibliografía	
C. Kosniowski, Topología Algebraica, Reverté, 2009	Bibliografía	
W.S. Massey, Introducción a la Topología Algebraica, Reverté, 2008	Bibliografía	
J.R. Munkres, Topología, Prentice Hall, 2002	Bibliografía	 
V. Muñoz, J.J. Madrigal, Topología Algebraica, Sanz y Torres, 2015	Bibliografía	
A. Hatcher, Algebraic Topology, <a href="http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html">http://www.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html</a>	Recursos web	
J.F. Gálvez, J.L. Rodríguez, Manipulación de superficies compactas, Bubok, 2020	Bibliografía	

Ward, Topology Lecture Notes, <a href="http://www.uea.ac.uk">http://www.uea.ac.uk</a>	Bibliografía	
Material accesible en Moodle	Recursos web	
H. Barge Yáñez, A. Zamora Saiz, Topología, Sanz y Torres, 2021	Bibliografía	Bibliografía básica del curso