



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S. de Ingenieros  
Informaticos

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

**105000455 - Matemática Discreta Iii**

### PLAN DE ESTUDIOS

10ML - Grado En Matematicas E Informática

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2023/24 - Segundo semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	9
8. Recursos didácticos.....	13
9. Otra información.....	14

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	105000455 - Matemática Discreta III
<b>No de créditos</b>	6 ECTS
<b>Carácter</b>	Optativa
<b>Curso</b>	Cuarto curso
<b>Semestre</b>	Octavo semestre
<b>Período de impartición</b>	Febrero-Junio
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	10ML - Grado en Matematicas e Informática
<b>Centro responsable de la titulación</b>	10 - Escuela Tecnica Superior De Ingenieros Informaticos
<b>Curso académico</b>	2023-24

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías *</b>
Alexandre Thomas Guillaume Quesney (Coordinador/a)	1313	alexandre.quesney@upm.es	Sin horario. Previa cita
Hector Barge Yañez	1307	h.barge@upm.es	Sin horario. Previa cita

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Conocimientos previos recomendados

---

### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Matematica Discreta Ii
- Estructuras Algebraicas
- Matematica Discreta I
- Probabilidades Y Estadistica I
- Algebra Lineal

### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

El plan de estudios Grado en Matematicas e Informática no tiene definidos otros conocimientos previos para esta asignatura.

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Conocer demostraciones de teoremas clásicos. Comprender las definiciones de objetos matemáticos y ser capaz de plantear nuevas definiciones. Poder enunciar resultados y construir demostraciones, detectar errores en ellas o encontrar contraejemplos.

CE02 - Ser capaz de extraer de un objeto matemático aquellas propiedades fundamentales que lo caracterizan, distinguiéndolas de aquellas otras ocasionales compartidas con otros objetos matemáticos.

CE03 - Ser capaz de plantear modelos matemáticos para problemas reales, utilizando para resolverlos las herramientas necesarias, interpretando la solución en los mismos términos en que estaba planteado el problema.

CE04 - Comprender y ser capaz de encontrar soluciones a problemas matemáticos en diferentes áreas, utilizando para resolverlos las herramientas analíticas, numéricas o estadísticas disponibles.

CE09 - Capacidad de elegir y usar los métodos analíticos y de modelización relevantes, y de describir una solución de forma abstracta.

CE19 - Manejar las nociones básicas de la teoría de conjuntos y aplicaciones, de la teoría elemental de números y de la combinatoria enumerativa, y los conceptos y resultados básicos de teoría de grafos y las técnicas básicas de optimización.

CE24 - Relacionar los contenidos matemáticos y la resolución de problemas procedentes de distintos ámbitos del conocimiento.

CE43 - Capacidad para trabajar de forma efectiva como individuo, organizando y planificando su propio trabajo, de forma independiente o como miembro de un equipo.

CG01 - Capacidad de resolución de problemas aplicando conocimientos de matemáticas, ciencias e ingeniería.

CG02 - Capacidad para el aprendizaje autónomo y la actualización de conocimientos, y reconocimiento de su necesidad en las áreas de la matemática y la informática.

CG04 - Capacidad de gestión de la información.

CG05 - Capacidad de abstracción, análisis y síntesis.

CG06 - Capacidad para trabajar dentro de un equipo, organizando, planificando, tomando decisiones, negociando y resolviendo conflictos, relacionándose, y criticando y haciendo autocrítica.

CG08 - Capacidad de comunicarse de forma efectiva con los compañeros, usuarios (potenciales) y el público en general acerca de cuestiones reales y problemas relacionados con la especialización elegida.

CG10 - Capacidad para usar las tecnologías de la información y la comunicación.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA32 - Conocer y aplicar las técnicas de las funciones generatrices en la resolución de problemas de recuento

RA19 - Modelizar matemáticamente problemas reales y conocer las técnicas para resolverlos

RA26 - Adquirir destreza en la aplicación de los diferentes métodos de demostración.

RA31 - Conocer, comprender y aplicar los conceptos, técnicas y algoritmos básicos de la teoría de grafos

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

El objetivo principal de esa asignatura consiste en introducir a las alumnas y alumnos algunos esquemas de técnicas que permiten manejar varios problemas combinatorios y algebraicos de manera eficiente y conceptual. Para aquello, abordaremos diversos temas de complejidad moderada con aplicaciones en matemática, modelización e informática. En particular, veremos cómo técnicas clásicas del álgebra (diagonalización de matrices, teoría de grupos, funciones generadoras, etc) pueden utilizarse para tratar problemáticas que son, a priori, intrínsecamente combinatorios.

Dentro de los temas abordados, trataremos el **modelo de las pilas de arena**. Es un modelo simple para estudiar y prever procesos naturales complicados, tales como las avalanchas o los incendios forestales. Para entenderlo, utilizaremos técnicas de la teoría de grafos y nociones de teoría de grupos para manejar diversos tipos de operadores. Estudiaremos, además, números muy presentes en matemática: los **números de Catalan**.

Veremos que, no solamente poseen varias interpretaciones combinatorias (triangulaciones de polígonos, caminos de Dyck, árboles binarios completos, etc) sino que también aparecen en problemas de particiones; aprovecharemos para tratar problemas de ordenamiento mediante el estudio de ciertos tipos de permutaciones.

Dentro de las técnicas abordadas en esta asignatura, haremos hincapié en las **funciones generatrices**, es decir, series de potencias cuyos coeficientes son diseñados para contener la información deseada.

Resultan ser una herramienta algebraica muy potente para resolver problemas combinatorios. Además, utilizaremos resultados clásicos de álgebra lineal, de probabilidades y de teoría de grupos para resolver problemas enumerativos.

## 5.2. Temario de la asignatura

1. Números de Catalan
  - 1.1. Relación con los caminos de Dyck
  - 1.2. Relación con el problema de desplazamientos aleatorios 1-dimensional
  - 1.3. Otras interpretaciones
  - 1.4. Ordenamiento pila/cola y 'Pattern avoidance' en permutaciones
  - 1.5. Particiones y diagramas de Young
  - 1.6. Formula y caminos de "hook" (vía probabilidad)
2. Recorridos en grafos
  - 2.1. Recorridos cerrados en grafos y diagonalización de matrices
  - 2.2. Recorridos aleatorios en grafos
3. Enumeración en grafos
  - 3.1. La formula de Cayley
  - 3.2. El teorema de la matriz-árbol
4. Enumeración bajo la acción de grupo
  - 4.1. Grupos, acción de grupos, órbitas
  - 4.2. Coloraciones no equivalentes
  - 4.3. Introducción a la teoría de Pólya
5. Posets y retículos
  - 5.1. Teorema de Birkhoff
  - 5.2. Retículos de Young, q-binomio de Gauss
6. Modelo de las pilas de arena abeliano
  - 6.1. Configuraciones recurrentes
  - 6.2. Funciones de estacionamiento
  - 6.3. Operadores de avalancha
  - 6.4. El grupo de las pilas de arena
  - 6.5. Inversiones en árboles

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad en aula	Actividad en laboratorio	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
2	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
3	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			<p><b>Entrega de prácticas</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua No presencial Duración: 00:00</p>
4	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
5	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
6	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			<p><b>Entrega de prácticas</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua No presencial Duración: 00:00</p>



7	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
8	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
9	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
10	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			<p><b>Entrega de prácticas</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua No presencial Duración: 00:00</p>
11	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
12	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
13	<p><b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			

14	<b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio			
15	<b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio			<b>Entrega de prácticas</b> TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo Evaluación continua No presencial Duración: 00:00
16	<b>Explicación de contenidos teóricos</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral  <b>Practica</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio			
17				<b>Presentación de las prácticas de la asignatura</b> EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas Evaluación continua Presencial Duración: 02:00  <b>Prueba de Evaluación Final</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación sólo prueba final Presencial Duración: 03:00

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

\* El cronograma sigue una planificación teórica de la asignatura y puede sufrir modificaciones durante el curso derivadas de la situación creada por la COVID-19.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
3	Entrega de prácticas	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	No Presencial	00:00	20%	5 / 10	CG01 CG02 CG04 CG05 CG06 CG08 CG10 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE19 CE24 CE43
6	Entrega de prácticas	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	No Presencial	00:00	20%	5 / 10	CG01 CG02 CG04 CG05 CG06 CG08 CG10 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE19 CE24 CE43
10	Entrega de prácticas	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	No Presencial	00:00	20%	5 / 10	CG01 CG02 CG04 CG05 CG06 CG08 CG10 CE01 CE02 CE03

							CE04 CE09 CE19 CE24 CE43
15	Entrega de prácticas	TG: Técnica del tipo Trabajo en Grupo	No Presencial	00:00	20%	5 / 10	CG01 CG02 CG04 CG05 CG06 CG08 CG10 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE19 CE24 CE43
17	Presentación de las prácticas de la asignatura	EP: Técnica del tipo Examen de Prácticas	Presencial	02:00	20%	5 / 10	CG01 CG02 CG04 CG05 CG06 CG08 CG10 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE19 CE24 CE43

### 7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Prueba de Evaluación Final	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	5 / 10	CG01 CG02 CG04 CG05 CG06 CG08 CG10 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE19 CE24

CE43

### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen convocatoria extraordinaria.	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	03:00	100%	5 / 10	CG01 CG02 CG04 CG05 CG06 CG08 CG10 CE01 CE02 CE03 CE04 CE09 CE19 CE24 CE43

## 7.2. Criterios de evaluación

### Convocatoria ordinaria

Se proponen dos modalidades de evaluación.

- **Sistema de evaluación continua:** La evaluación de la convocatoria ordinaria consiste de dos partes:

- 1) Entrega de las 4 prácticas de la asignatura. Cada una de las prácticas tiene un peso de un 20% en la calificación final.
- 2) Presentación oral de las prácticas. Cada uno de los grupos (de máximo 3 integrantes) presentará oralmente las prácticas ante el profesor de la asignatura. La presentación de las prácticas tiene un peso del 20% en la calificación final.

La calificación final se obtendrá sumando las calificaciones obtenidas en cada una de las prácticas y las presentaciones orales con los pesos especificados. Es necesario obtener una calificación total de al menos 5 puntos en cada una de las pruebas de evaluación para superar la asignatura.

Las presentaciones orales se realizarán el día del prueba de evaluación fijado por Jefatura de Estudios al inicio del curso.

- **Sistema de evaluación mediante sólo prueba de evaluación final:** Consistirá en la realización de una prueba de respuesta larga abarcando el temario teórico-práctico de la asignatura. Esta prueba tendrá un peso del 100% de la nota para los alumnos que se acojan a este sistema de evaluación. Es necesario obtener una calificación total de al menos 5 puntos en la prueba de evaluación final para superar la asignatura. Los alumnos que opten por este modo de evaluación deberán comunicárselo por correo al profesor durante los 30 primeros días lectivos del curso.

### Convocatoria extraordinaria

Se dispondrá asimismo de una convocatoria extraordinaria para los alumnos que no superen la asignatura mediante la evaluación ordinaria. La evaluación consistirá en la realización de una prueba de respuesta larga abarcando el temario teórico-práctico de la asignatura, con un peso del 100% de la nota. Es necesario obtener una calificación total de al menos 5 puntos en la prueba de evaluación extraordinaria para superar la asignatura.

## 8. Recursos didácticos

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
R. P. Stanley - Catalan Numbers- Cambridge University Press (2015)	Bibliografía	
R. P. Stanley. Algebraic Combinatorics: Walks, Trees, Tableaux, and More, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer (2013).	Bibliografía	
R. P. Stanley. Enumerative Combinatorics Vol 1, Cambridge University Press (1997).	Bibliografía	
G. Pólya. Combinatorial enumeration of groups, graphs, and chemical compounds, Topics Combinatorial enumeration problems, 1887-1985, New York : Springer-Verlag (1987).	Bibliografía	
D. Grinberg. An Introduction to Algebraic Combinatorics	Bibliografía	Disponible en la dirección: <a href="https://www.cip.ifi.lmu.de/~grinberg/t/21s/lects.pdf">https://www.cip.ifi.lmu.de/~grinberg/t/21s/lects.pdf</a>
Yan, C. H. Parking functions. In Handbook of Enumerative Combinatorics. Discrete Math. Appl., CRC Press, Boca Raton, FL, 835?893. (2015)	Bibliografía	
Material accesible en Moodle	Recursos web	

## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura

La planificación del cronograma es orientativa y podría sufrir cambios.