



UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID

PROCESO DE  
COORDINACIÓN DE LAS  
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S.I en Topografía, Geodesia  
y Cartografía

# ANX-PR/CL/001-01

## GUÍA DE APRENDIZAJE

### ASIGNATURA

125009011 - Cálculo II

### PLAN DE ESTUDIOS

12MT - D.G. En Ing. Geomática Y En Ing. De Las Tecnologías De La Información Geoes

### CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2024/25 - Primer semestre

## Índice

---

### Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	4
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	9
8. Recursos didácticos.....	11
9. Otra información.....	13

## 1. Datos descriptivos

---

### 1.1. Datos de la asignatura

<b>Nombre de la asignatura</b>	125009011 - Cálculo II
<b>No de créditos</b>	4.5 ECTS
<b>Carácter</b>	Básica
<b>Curso</b>	Segundo curso
<b>Semestre</b>	Tercer semestre
<b>Período de impartición</b>	Septiembre-Enero
<b>Idioma de impartición</b>	Castellano
<b>Titulación</b>	12MT - D.g. en Ing. Geomática y en Ing. de las Tecnologías de la Información Geoes
<b>Centro responsable de la titulación</b>	12 - E.T.S.I. En Topografía, Geodesia Y Cartografía
<b>Curso académico</b>	2024-25

## 2. Profesorado

---

### 2.1. Profesorado implicado en la docencia

<b>Nombre</b>	<b>Despacho</b>	<b>Correo electrónico</b>	<b>Horario de tutorías</b> *
Alicia Rivas Medina (Coordinador/a)	213	alicia.rivas@upm.es	L - 10:30 - 12:30 M - 15:00 - 17:00 J - 09:30 - 11:30

\* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

## 3. Conocimientos previos recomendados

---

### 3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Cálculo I
- Álgebra Y Geometría

### 3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

- Cálculo diferencial en una variable
- Cálculo integral de una variable
- Sistemas de ecuaciones lineales

## 4. Competencias y resultados de aprendizaje

---

### 4.1. Competencias

12GM-CFB1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algoritmos numéricos; estadísticos y optimización.

12GM-CG7 - Gestión y ejecución de proyectos de investigación desarrollo e innovación en el ámbito de esta ingeniería

12TG-CFB1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la Ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: Álgebra lineal, Geometría, Geometría diferencial, Cálculo diferencial e integral. Ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales, Métodos numéricos, Algoritmos numéricos, Estadística y optimización.

12TG-CG8 - Diseñar, desarrollar, gestionar y ejecutar proyectos relacionados con esta ingeniería en el ámbito de la investigación, innovación o producción

CT1 - COMUNICACIÓN ORAL Y ESCRITA Capacidad para transmitir conocimientos y expresar ideas y argumentos de manera clara, rigurosa y convincente, tanto de forma oral como escrita, utilizando los recursos

gráficos y los medios necesarios adecuadamente y adaptándose a las características de la situación y de la audiencia.

CT9 - RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Desarrollar en los alumnos una actitud mental mediante la aplicación de procedimientos estructurados de resolución de problemas que promueva su capacidad de aprender, comprender y aplicar conocimientos de forma autónoma.

## 4.2. Resultados del aprendizaje

RA100 - Distinguir los diversos métodos numéricos y aplicarlos a diferentes tipos de problemas

RA55 - RA23 - Resolver problemas matemáticos, relacionados con la Ingeniería Topográfica, que apliquen conocimientos, técnicas y procedimientos de Álgebra Lineal y Geometría, Cálculo, Estadística, Geometría diferencial, Ecuaciones Diferenciales y Métodos Numéricos

RA98 - Redactar con claridad, justificar y ordenar los pasos sucesivos que se den para obtener la solución de cada ejercicio o problema planteado en las distintas pruebas y trabajos del curso

RA88 - Conocimiento y comprensión de los principios científicos y matemáticos que subyacen a su rama de ingeniería

RA89 - Identificar y definir los diferentes conceptos básicos y fórmulas fundamentales del cálculo diferencial e integral de funciones reales de varias variables reales

RA99 - Aplicar con rigor los procedimientos de cálculo de derivadas parciales derivada direccional para funciones en forma explícita e implícita

RA94 - Identificar y calcular los elementos que caracterizan a una curva alabeada mediante la aplicación rigurosa de los procedimientos propios de la geometría diferencial

RA95 - Identificar y calcular los elementos que caracterizan a una curva alabeada mediante la aplicación rigurosa de los procedimientos propios de la geometría diferencial

RA101 - Utilizar razonamiento crítico en la resolución de problemas

RA62 - RA27 - Utilizar plataformas educativas, páginas Web, y diversos programas informáticos y asistentes matemáticos

RA91 - Definir y utilizar con rigor el concepto de aproximación lineal y diferencial de funciones de varias variables reales para calcular valor aproximado, error propagado y relativo en problemas de aplicación a la topografía

RA90 - Aplicar con rigor los procedimientos de cálculo de derivadas parciales y derivada direccional para

funciones en forma explícita e implícita

## 5. Descripción de la asignatura y temario

---

### 5.1. Descripción de la asignatura

Cálculo II es una de las asignaturas básicas de la titulación. Está dividida en tres partes: Geometría Diferencial de las curvas, Cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables y Cálculo Numérico. El objetivo es introducir al alumno en los desarrollos matemáticos que constituyen la teoría del Cálculo Infinitesimal en varias variables, así como adquirir las destrezas necesarias para aplicar esta teoría a los problemas de la titulación. Otro objetivo esencial es desarrollar las capacidades lógico-matemáticas en general y el razonamiento crítico necesario para resolver problemas relacionados con los objetivos de la asignatura.

### 5.2. Temario de la asignatura

1. Geometría diferencial de las curvas
  - 1.1. Concepto de curva. Ecuación de una curva en el espacio. Parametrización de una curva
  - 1.2. Triedro de Frenet. Curvatura y torsión. Cálculo geométrico de la curvatura de una curva plana
  - 1.3. Fórmulas de Frenet. Ecuaciones intrínsecas de una curva. La clotoide.
2. Límites y continuidad de funciones de varias variables
  - 2.1. Funciones reales de dos variables reales
  - 2.2. Límites y continuidad de una función real de dos variables reales
3. Diferenciabilidad de funciones de varias variables
  - 3.1. Derivadas parciales, derivadas direccionales y gradientes
  - 3.2. Regla de la cadena para funciones varias variables
  - 3.3. Plano tangente y recta normal
  - 3.4. Diferenciabilidad
4. Valores extremos de funciones de varias variables
  - 4.1. Máximos y mínimos relativos. Criterios para la existencia de valores extremos.
  - 4.2. Máximos y mínimos condicionados. Método de los multiplicadores de Lagrange. Problemas de optimización.
5. Integrales dobles

## 6. Resolución numérica de sistemas de ecuaciones lineales

6.1. Métodos directos de resolución de sistemas

6.2. Matrices tridiagonales. Matrices dispersas. Problemas mal condicionados

6.3. Métodos iterativos para sistemas de ecuaciones lineales

## 7. Interpolación polinómica

7.1. El problema de la interpolación. Polinomio interpolador de Lagrange

7.2. Fórmula de las diferencias divididas de Newton

7.3. Polinomios oscilantes. Interpolación de Hermite

7.4. Interpolación polinómica segmentaria. Splines cúbicos

## 6. Cronograma

### 6.1. Cronograma de la asignatura \*

Sem	Actividad tipo 1	Actividad tipo 2	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	<p><b>Explicar contenidos del Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
2	<p><b>Explicar contenidos del Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
3	<p><b>Explicar contenidos del Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
4	<p><b>Explicar contenidos del Tema 1</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p> <p><b>Examen Tema 1 Evaluación progresiva Presencial</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p><b>Examen de Tema 1</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00</p>
5	<p><b>Explicar contenidos del Tema 2</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			

6	<p><b>Explicar contenidos del Tema 2</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
7	<p><b>Explicar contenidos del Tema 3</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
8	<p><b>Explicar contenidos del Tema 3</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
9	<p><b>Explicar contenidos del Tema 4</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
10	<p><b>Explicar contenidos del Tema 4</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
11	<p><b>Explicar contenidos del Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
12	<p><b>Explicar contenidos del Tema 5</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p> <p><b>Examen Tema 2 - 5 Evaluación progresiva Presencial</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p><b>Examen de Temas 2 - 5</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00</p>

13	<p><b>Explicar contenidos del Tema 6</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
14	<p><b>Explicar contenidos del Tema 7</b> Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral</p> <p><b>Resolución de problemas</b> Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio</p>			
15	<p><b>Examen Tema 6 y 7 Evaluación progresiva Presencial</b> Duración: 02:00 OT: Otras actividades formativas / Evaluación</p>			<p><b>Examen de Temas 6 - 7</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00</p>
16				
17				<p><b>Examen</b> EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Global Presencial Duración: 04:30</p>

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

## 7. Actividades y criterios de evaluación

### 7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

#### 7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
4	Examen de Tema 1	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	30%	3.5 / 10	12GM-CG7 12TG-CG8 12TG-CFB1 12GM-CFB1 CT1 CT9
12	Examen de Temas 2 - 5	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	40%	3.5 / 10	12GM-CG7 12TG-CG8 12TG-CFB1 12GM-CFB1 CT1 CT9
15	Examen de Temas 6 - 7	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	30%	3.5 / 10	12GM-CG7 12TG-CG8 12TG-CFB1 12GM-CFB1 CT1 CT9

#### 7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	Examen	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	04:30	100%	5 / 10	12GM-CG7 12TG-CG8 12TG-CFB1 12GM-CFB1 CT1 CT9

#### 7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
Examen	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	100%	5 / 10	12GM-CG7 12TG-CG8 12TG-CFB1 12GM-CFB1 CT1 CT9

## 7.2. Criterios de evaluación

Para aprobar la asignatura, se requiere una nota final de al menos 5 puntos sobre 10.

Para aprobar los exámenes parciales, es necesario obtener una nota mínima de 5 puntos sobre 10. Los exámenes parciales aprobados podrán liberar parte del temario correspondiente en la convocatoria ordinaria.

Es posible aprobar la asignatura mediante los exámenes parciales si se promedian sus notas, siempre que cada parcial tenga una calificación de al menos 3.5 puntos sobre 10 y la media ponderada final sea igual o superior a 5 puntos sobre 10.

Los exámenes (parciales o finales) serán escritos e incluirán preguntas teóricas y problemas. En el examen parcial 3 (Temas 6 y 7) se utilizará el software Matlab. En el resto de los exámenes parciales, no se permitirá el uso de software de cálculo. En el examen final, solo se permitirá el uso de Matlab en la parte correspondiente a los temas 6 y 7, si es necesario, y esto será informado previamente por el profesor. En ningún caso se permitirá el uso de Derive.

La evaluación de la asignatura se realizará únicamente a través de exámenes, sin entrega de ejercicios. La asistencia a clase no contará para la nota final.

No se considerará correcta una respuesta que no justifique el procedimiento utilizado. Es OBLIGATORIO escribir la expresión o fórmula que permite obtener la solución y justificar todas las respuestas.

## 8. Recursos didácticos

### 8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
Burden, R. L. y Faires, J. D. Análisis numérico. ITP. 2001.	Bibliografía	Libro muy completo de Análisis Numérico que incluye conceptos, resultados y demostraciones. Contiene abundantes ejercicios propuestos y respuestas a ciertos ejercicios seleccionados.
Cordero, A. y otros. Métodos numéricos con MATLAB. Ed. Universidad Politécnica de Valencia, 2005	Bibliografía	Este libro presenta los métodos numéricos elementales más usados en las ingenierías. Cada capítulo consta de una introducción teórica, didáctica y rigurosa junto con 10 problemas resueltos y otros tantos propuestos.
De Burgos Román, J. Análisis Matemático II (varias variables): 90 problemas útiles. García-Maroto Editores, 2007	Bibliografía	La colección Problemas útiles, plantean problemas de examen o de dificultad similar, explicando al estudiante en detalle como enfrentarse a ellos en un examen
De Burgos Román, J. Curvas y superficies. Definiciones, teoremas y resultados. García-Maroto Editores, 2008	Bibliografía	Manual de estudio de curvas y superficies completado con ejercicios y cuestiones en cada tema.
De Burgos Román, J. Funciones de varias variables: límites, continuidad y derivadas. 40 problemas útiles. García-Maroto Editores, 2007	Bibliografía	Los conceptos teóricos se ilustran con ejemplos y se han incluido numerosos ejercicios y problemas con sus respectivas soluciones

García, A. y otros. Cálculo II. Teoría y problemas de funciones de varias variables. CLAGSA, 2002	Bibliografía	Empieza con un resumen teórico que se ilustra con ejemplos y posteriormente un test de autoevaluación para continuar con ejercicios y problemas con sus respectivas soluciones en orden creciente de dificultad
García, F. y Gutiérrez, A.: Cálculo Infinitesimal I, vol I y II. Pirámide, 1992	Bibliografía	Destaca por su aspecto pedagógico y la gran cantidad de ejemplos y ejercicios que ilustran los conceptos
Larson y otros. Cálculo I y II. Pirámide, 2002	Bibliografía	Texto completo con numerosos ejercicios (resueltos los impares) con distinto grado de dificultad y aplicación a situaciones reales
López de la Rica, A. y de la Villa Cuenca, A. Geometría Diferencial. CLAGSA, 1997	Bibliografía	Es un libro
Nakamura, S. Análisis numérico y visualización gráfica con MATLAB. Prentice Hall Hispanoamericana S. A., 1997	Bibliografía	Libro muy completo de análisis numérico, especialmente recomendable en esta asignatura para el tema de métodos numéricos de resolución de sistemas lineales. Contiene numerosos ejemplos resueltos con MatLab.
Piskunov, N. Cálculo diferencial e integral. Mir, 1983	Bibliografía	Es un libro escrito para estudiantes de ingeniería. Comprende un gran número de ejercicios resueltos y propuestos, como complemento al desarrollo teórico de los temas
Pogorelov, A. V. Geometría diferencial. Mir, 1984	Bibliografía	Expone rigurosamente los fundamentos de la Geometría Diferencial. Muchas cuestiones concretas aparecen en forma de ejercicios y problemas
Salas-Hille. Calculus, vol I. Reverté, 2002	Bibliografía	Libro de matemáticas muy adecuado para estudios de ingeniería. Gran cantidad de ejemplos y ejercicios que ilustran la teoría, ayudan a comprenderla y a aplicar los conceptos. Siendo muy interesante todas sus aplicaciones en especial a la Física

<a href="http://asignaturas.topografia.upm.es/matematicas/metodos.htm">http://asignaturas.topografia.upm.es/matematicas/metodos.htm</a>	Recursos web	Página web de la asignatura
<a href="http://moodle.topografia.upm.es/">http://moodle.topografia.upm.es/</a>	Recursos web	Plataforma de tele-educación
Laboratorio con ordenadores	Equipamiento	
Sala de trabajo en grupo	Equipamiento	
Aula con ordenador para el profesor y pantalla de proyección	Equipamiento	

## 9. Otra información

---

### 9.1. Otra información sobre la asignatura