



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID

PROCESO DE
COORDINACIÓN DE LAS
ENSEÑANZAS PR/CL/001



E.T.S.I Aeronáutica y del
Espacio

ANX-PR/CL/001-01

GUÍA DE APRENDIZAJE

ASIGNATURA

145009033 - Fundamentos De La Geometría Computacional

PLAN DE ESTUDIOS

14IA - Grado En Ingeniería Aeroespacial

CURSO ACADÉMICO Y SEMESTRE

2025/26 - Segundo semestre

Índice

Guía de Aprendizaje

1. Datos descriptivos.....	1
2. Profesorado.....	1
3. Conocimientos previos recomendados.....	2
4. Competencias y resultados de aprendizaje.....	2
5. Descripción de la asignatura y temario.....	3
6. Cronograma.....	6
7. Actividades y criterios de evaluación.....	8
8. Recursos didácticos.....	10

1. Datos descriptivos

1.1. Datos de la asignatura

Nombre de la asignatura	145009033 - Fundamentos de la Geometría Computacional
No de créditos	6 ECTS
Carácter	Optativa
Curso	Cuarto curso
Semestre	Octavo semestre
Período de impartición	Febrero-Junio
Idioma de impartición	Castellano
Titulación	14IA - Grado en Ingeniería Aeroespacial
Centro responsable de la titulación	14 - E.T.S.I. Aeronáutica Y Del Espacio
Curso académico	2025-26

2. Profesorado

2.1. Profesorado implicado en la docencia

Nombre	Despacho	Correo electrónico	Horario de tutorías *
Maria Dolores Sondesa Freire (Coordinador/a)	D-S218	mariadolores.sondesa@upm .es	L - 08:30 - 11:30 X - 08:30 - 11:30 Compruebe los horarios actualizados

* Las horas de tutoría son orientativas y pueden sufrir modificaciones. Se deberá confirmar los horarios de tutorías con el profesorado.

3. Conocimientos previos recomendados

3.1. Asignaturas previas que se recomienda haber cursado

- Informática
- Expresión Gráfica

3.2. Otros conocimientos previos recomendados para cursar la asignatura

- Expresión Gráfica e Informática

4. Competencias y resultados de aprendizaje

4.1. Competencias

CE01 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algoritmos numéricos; estadística y optimización.

CE03 - Conocimientos básicos sobre el uso y programación de los ordenadores, sistemas operativos, bases de datos y programas informáticos con aplicación en ingeniería.

CE05 - Capacidad de visión espacial y conocimiento de las técnicas de representación gráfica, tanto por métodos tradicionales de geometría métrica y geometría descriptiva, como mediante las aplicaciones de diseño asistido por ordenador.

4.2. Resultados del aprendizaje

RA618 - RA01.- Conocimiento, comprensión y análisis de los algoritmos que permiten crear las estructuras geométricas (envolventes convexas, triangulaciones y diagramas de Voronoi) creadas.

RA619 - RA02.- Conocimiento de la programación específica para simular computacionalmente dichas estructuras geométricas.e los algoritmos que permiten crear las estructuras geométricas (envolventes convexas, triangulaciones y diagramas de Voronoi) creadas.

RA620 - RA02.- Conocimiento de la programación específica para simular computacionalmente dichas estructuras geométricas.

RA611 - Conocimiento de la programación específica para simular computacionalmente dichas estructuras geométricas.

RA610 - Conocimiento, comprensión y análisis de los algoritmos que permiten crear las estructuras geométricas (envolventes convexas, triangulaciones y diagramas de Voronoi) creadas

5. Descripción de la asignatura y temario

5.1. Descripción de la asignatura

Se pretende que el alumno conozca esta nueva rama de la Geometría desarrollada a finales del siglo XX. Para ello se estudiarán modelos y algoritmos que resuelven tres problemas básicos de la Geometría Computacional:

- 1) Determinación de la envolvente convexa "Convex Hull" de un conjunto de puntos, en varias dimensiones (2D, 3D o nD).
- 2) Generación de triangulaciones de un conjunto de puntos.
- 3) Cálculo de Diagramas de Voronoi con diferentes tipos de métricas y en espacios de distintas dimensiones.

La asignatura tiene una marcada componente práctica, porque los algoritmos estudiados se programarán y ejecutarán en "Processing", un entorno de programación basado en Java que simplifica notablemente el desarrollo de los algoritmos y facilita la componente gráfica para metodologías docentes. También se puede utilizar como lenguajes python, R, javascript o android para programar en el entorno, que se descarga gratuitamente y funciona en Windows, linux y macOS.

5.2. Temario de la asignatura

1. TEMA 1: NOCIONES DE COMPLEJIDAD ALGORITMICA.
 - 1.1. MODELO DE COMPUTACION.
 - 1.2. COMPORTAMIENTO ASINTÓTICO. NOTACIÓN.
 - 1.3. EJEMPLO BÁSICO: EL PROBLEMA DE ORDENACIÓN. ÁRBOLES DE DECISIÓN.
 - 1.4. ESTRUCTURAS DE BASES DE DATOS GEOMÉTRICAS.
 - 1.5. ALGORITMOS DETERMINISTAS VERSUS ALGORITMOS ALEATORIOS.
2. ENVOLVENTES CONVEXAS ("CONVEX HULLS")
 - 2.1. DEFINICIÓN DE ENVOLVENTE CONVEXA
 - 2.2. ALGORITMOS BÁSICOS PARA LA DETERMINACIÓN DE UNA ENVOLVENTE CONVEXA EN 2D
 - 2.3. MÉTODO DE JARVIS O "GIFT WRAPPING"
 - 2.4. MÉTODO DE GRAHAM PARA EL CÁLCULO DE LA ENVOLVENTE CONVEXA. PROGRAMACIÓN EN 2D.
 - 2.5. OTROS TIPOS DE ALGORITMOS.
 - 2.6. COMPLEJIDAD ALGORÍTMICA DEL PROBLEMA. LÍMITE INFERIOR.
 - 2.7. CÁLCULO DE LA ENVOLVENTE CONVEXA EN 3D. ALGORITMOS MÁS EFICIENTES.
 - 2.8. CALCULO PARA DIMENSIONES SUPERIORES
3. TRIANGULACIÓN DE POLÍGONOS
 - 3.1. PROBLEMA DE LA GALERÍA DE ARTE.
 - 3.2. GRAFO DUAL DE UNA TRIANGULACIÓN.
 - 3.3. PARTICIÓN DE UN POLÍGONO EN PARTES MONÓTONAS.
 - 3.4. TRIANGULACIÓN DE DELAUNAY.
 - 3.5. TIPOS DE ALGORITMOS PARA TRIANGULAR CONJUNTOS DE PUNTOS EN 2D.
 - 3.6. TIPOS DE ALGORITMOS PARA TRIANGULAR CONJUNTOS DE PUNTOS EN 3D.
 - 3.7. GENERACIÓN DE MALLADOS.
4. DIAGRAMAS DE VORONOI
 - 4.1. DEFINICIÓN Y PROPIEDADES BÁSICAS.
 - 4.2. ALGORITMOS DE CÁLCULO EN 2D: INCREMENTAL, DE BARRIDO, BASADO EN "divide y vencerás",

etc.

4.3. ALGORITMOS DE CÁLCULO EN 3D.

4.4. MODIFICACIÓN DE LOS ALGORITMOS AL CAMBIAR EL TIPO DE MÉTRICA UTILIZADA.

6. Cronograma

6.1. Cronograma de la asignatura *

Sem	Actividad tipo 1	Actividad tipo 2	Tele-enseñanza	Actividades de evaluación
1	Nociones de complejidad algorítmica (I) Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	presentación del entorno de software Processing. Instalación Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
2	Nociones de complejidad algorítmica (II) Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	Primeros pasos en la programación con Processing. Funciones setup(), draw(), y programación orientada a objetos. Ejemplos básicos de aplicación. Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
3	Nociones de complejidad algorítmica (III) Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	Desarrollo de algoritmos en Processing. Creación de funciones. Uso de bibliotecas compartidas Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
4	ENVOLVENTES CONVEXAS (I) Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	ALGORITMOS PARA CREAR ENVOLVENTES CONVEXAS EN PROCESSING Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
5	ENVOLVENTES CONVEXAS (II) Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	ALGORITMO DE GRAHAM PARA EL CÁLCULO DE LA ENVOLVENTE CONVEXA DE UN CONJUNTO DE PUNTOS 2D EN PROCESSING Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
6	ENVOLVENTES CONVEXAS (III) Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	ALGORITMOS PARA EL CALCULO DE ENVOLVENTES CONVEXAS EN 3D EN PROCESSING Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
7	PROBLEMA DE LA GALERÍA DE ARTE (I) Duración: 01:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	ALGORITMOS DE LA GALERIA DE ARTE EN PROCESSING (I) Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		PRIMERA PRUEBA DE EVALUACIÓN PROGRESIVA: COMPLEJIDAD ALGORÍTMICA Y ENVOLVENTES CONVEXAS EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 01:00

8	PROBLEMA DE LA GALERÍA DEL ARTE (II) Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	ALGORITMOS DE LA GALERÍA DEL ARTE (II) Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
9	TRIANGULACIONES (I) Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	ALGORITMOS DE TRIANGULACIÓN EN PROCESSING (I) Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
10	TRIANGULACIONES (II) Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	ALGORITMOS DE TRIANGULACIÓN EN PROCESSING (II) Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
11	TRIANGULACIONES (III): TRIANGULACIÓN DE DELAUNAY Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	TRIANGULACIÓN DE DELAUNAY EN PROCESSING Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
12	TRIANGULACIONES EN 3D: GENERACIÓN DE MALLADOS Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	TRIANGULACIONES 3D EN PROCESSING Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
13	DIAGRAMAS DE VORONOI (I) Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	DIAGRAMA DE VORONOI EN PROCESSING Duración: 01:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		SEGUNDA PRUEBA DE EVALUACIÓN PROGRESIVA: TRIANGULACIONES 2D Y 3D EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 01:00
14	DIAGRAMAS DE VORONOI (II) Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	DIAGRAMA DE VORONOI EN PROCESSING: METODO INCREMENTAL Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		
15	DIAGRAMAS DE VORONOI (III): MÉTODO DE BARRIDO Y DIAGRAMAS CON OTRAS MÉTRICAS Duración: 02:00 LM: Actividad del tipo Lección Magistral	DIAGRAMA DE VORONOI EN PROCESSING: MÉTODO DE BARRIDO CON ALGORITMO DE S. FORTUNE Duración: 02:00 PL: Actividad del tipo Prácticas de Laboratorio		TERCERA PRUEBA DE EVALUACIÓN PROGRESIVA: DIAGRAMAS DE VORONOI CON MÉTRICA EUCLIDIANA Y OTRAS MÉTRICAS EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Progresiva Presencial Duración: 02:00
16				
17				EXAMEN FINAL DE LA ASIGNATURA EX: Técnica del tipo Examen Escrito Evaluación Global Presencial Duración: 02:00

Para el cálculo de los valores totales, se estima que por cada crédito ECTS el alumno dedicará dependiendo del plan de estudios, entre 26 y 27 horas de trabajo presencial y no presencial.

7. Actividades y criterios de evaluación

7.1. Actividades de evaluación de la asignatura

7.1.1. Evaluación (progresiva)

Sem.	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
7	PRIMERA PRUEBA DE EVALUACIÓN PROGRESIVA: COMPLEJIDAD ALGORITMICA Y ENVOLVENTES CONVEXAS	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:00	33%	2 / 10	CE01 CE03 CE05
13	SEGUNDA PRUEBA DE EVALUACIÓN PROGRESIVA: TRIANGULACIONES 2D Y 3D	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	01:00	33%	2 / 10	CE01 CE03 CE05
15	TERCERA PRUEBA DE EVALUACIÓN PROGRESIVA: DIAGRAMAS DE VORONOI CON MÉTRICA EUCLIDIANA Y OTRAS MÉTRICAS	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	34%	2 / 10	CE01 CE03 CE05

7.1.2. Prueba evaluación global

Sem	Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
17	EXAMEN FINAL DE LA ASIGNATURA	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	100%	5 / 10	CE01 CE03 CE05

7.1.3. Evaluación convocatoria extraordinaria

Descripción	Modalidad	Tipo	Duración	Peso en la nota	Nota mínima	Competencias evaluadas
EXAMEN TIPO TEST	EX: Técnica del tipo Examen Escrito	Presencial	02:00	100%	5 / 10	CE01 CE05

7.2. Criterios de evaluación

La evaluación de la asignatura se realizará mediante evaluación progresiva que tendrá en cuenta la asistencia regular a clase y la nota de las tres pruebas de evaluación propuestas, cuyas fechas se consensuarán entre todos los alumnos matriculados para que no se produzcan solapes con pruebas de otras asignaturas cursadas por dichos alumnos.

Para poder superar la asignatura mediante evaluación progresiva, será necesario, pero no suficiente, haber asistido al 40% de las clases. La nota final de la evaluación progresiva se calculará mediante la fórmula $NEP = 0.75 * N_{teorica} + 0.25 * N_{asistencia}$, donde $N_{teorica} = 0.33 * \text{nota PEP1} + 0.33 * \text{nota PEP2} + 0.34 * \text{nota PEP3}$, mientras que $N_{asistencia} = 10 \times \text{número de asistencias a clase} / \text{número total de clases}$. Cada una de las PEP se calificarán en la escala de 0 a 10, y constarán de varias preguntas teóricas de tipo test, mas otras preguntas de programación en las cuales se presentarán pequeñas partes de código en Processing con algún "bug (problema que impide el funcionamiento)" y que el alumno probará en el programa y tendrá que arreglar para que el código funcione según una determinada acción que se indicará en el enunciado.

Si NEP es igual o superior a 5, la asignatura se considerará superada. En otro caso, si NEP es menor que 5, la asistencia es inferior al 40% o la nota de alguna de las PEP es inferior a la nota mínima de 2 puntos requerida, el estudiante tendrá que realizar la prueba de evaluación global para superar la asignatura.

PRUEBA DE EVALUACIÓN GLOBAL

Los estudiantes que no superen la asignatura mediante la evaluación progresiva podrán realizar una prueba de evaluación global. Esta prueba constará de 5 preguntas de teoría y 5 preguntas prácticas sobre programación en Processing, La prueba se calificará en escala de 0-10. La nota final será el resultado de la siguiente operación:

$NF = 0.75 * NEG + 0.25 * N_{asistencia}$, siendo NEG la nota obtenida en la prueba de evaluación global.

Si el alumno no asiste nunca a clase, la nota máxima que podrá conseguir (NF) será de 7.5 puntos.

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

Los estudiantes que no superen la asignatura mediante los dos procedimientos de evaluación anteriores, podrán someterse a una evaluación extraordinaria consistente en una prueba que constará de 5 preguntas de desarrollo sobre el material expuesto en clase. En este caso, la nota final será la obtenida en el examen extraordinario, sin que intervenga el porcentaje de asistencia a clase.

8. Recursos didácticos

8.1. Recursos didácticos de la asignatura

Nombre	Tipo	Observaciones
DE BERG et alii: FUNDAMENTALS OF COMPUTATIONAL GEOMETRY	Bibliografía	Libro de texto
https://processing.org	Recursos web	software open source utilizado en las prácticas
Boissonat, Yvinec: Algorithmic Geometry	Bibliografía	Libro de texto
O'Rourke: Computational Geometry in C	Bibliografía	Libro de texto
FUNDAMENTOS DE LA GEOMETRIA COMPUTACIONAL	Otros	GUIONES DE CLASE, EN FORMATO PDF Y QUE LA PROFESORA ENTREGARÁ A LOS ALUMNOS EL PRIMER DÍA DE CLASE