



INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de transmisión de datos, representación gráfica o cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el enunciado, donde también se especifica la valoración de cada apartado. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 2.5 puntos

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, se pide:

- (0.5 puntos) Calcular el rango de A y el rango de BA .
- (0.75 puntos) Calcular, si es posible, $(AB)^{-1}$.
- (1.25 puntos) Calcular el determinante de la matriz $(AB)^2 - 2(AB)$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 2.5 puntos

Dada la función $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$, definida sobre su dominio, se pide:

- (1 punto) Estudiar las asíntotas de la gráfica de f .
- (1.5 puntos) Estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y encontrar sus extremos relativos.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2.5 puntos

Se consideran los puntos $A(1, 0, 1)$, $B(1, 1, 0)$, $C(0, 1, -1)$, $D(2, -1, 2)$ y $E(0, 1, 1)$.

- (1 punto) Halle el volumen del tetraedro cuyos vértices son A, B, C y D .
- (1.5 puntos) Calcule la intersección de la recta que pasa por A y E con el plano que pasa por B, C y D .

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2.5 puntos

El 60% de las camisas de Antonio son de algodón y el resto son de otros tejidos. El 60% de las camisas de algodón de Antonio son blancas, mientras que de las que son de otros tejidos solo son blancas el 20%.

- (1.25 puntos) Si Antonio escoge una camisa al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea blanca?.
- (1.25 puntos) Si Antonio escoge al azar una camisa que no sea blanca, ¿cuál es la probabilidad que sea de algodón?.

OPCIÓN B

Ejercicio 5. Calificación máxima: 2.5 puntos

En una empresa de reciclado de metales trabajan con bronce (80 % de cobre, 20 % de estaño), que cuesta 3,50 euros el kilo; latón (60 % de cobre, 40 % de zinc), que cuesta 3 euros el kilo; y barras de soldadura (40 % de zinc, 60 % de estaño), que cuestan 10 euros el kilo. A la empresa llega un pedido de 600 kilos de una aleación que debe ser un 50 % cobre y el resto a partes iguales entre zinc y estaño. ¿Cuántos kilos de bronce, latón y soldadura deben emplearse en la mezcla? ¿Cuál será el coste total de los materiales empleados?

Ejercicio 6. Calificación máxima: 2.5 puntos

Dada la función $f(x) = \begin{cases} (x-1)e^{1/(x-1)} & \text{si } x < 1, \\ 2\pi x \operatorname{sen}(\pi x^2) & \text{si } x \geq 1, \end{cases}$ se pide:

- (0.75 puntos) Estudiar la continuidad de f en $x = 1$.
- (0.75 puntos) Calcular $f'(0)$.
- (1 punto) Calcular $\int_1^2 f(x) dx$.

Ejercicio 7. Calificación máxima: 2.5 puntos

Dados el punto $P(0, 0, 0)$, la recta $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ y el plano $\pi : x - y + z = 1$, se pide:

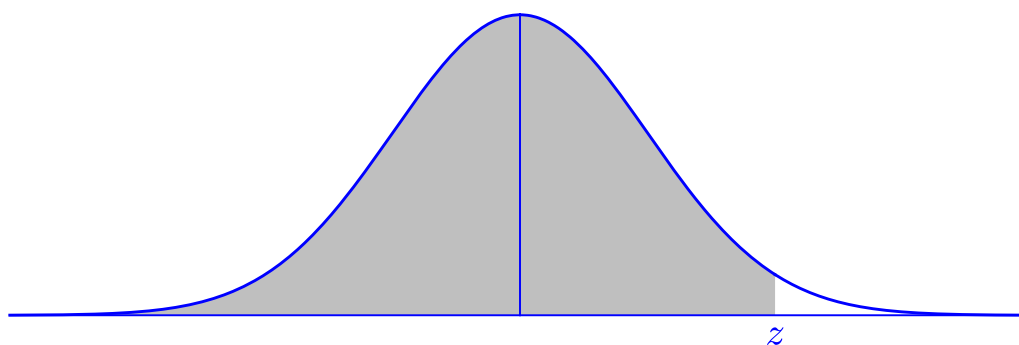
- (1.25 puntos) Calcular la proyección de P sobre la recta r .
- (1.25 puntos) Calcular el punto simétrico a P respecto del plano π .

Ejercicio 8. Calificación máxima: 2.5 puntos

Por una rotonda de una ciudad pasan aleatoriamente vehículos de varios tipos: autobuses (5 %), turismos privados (70 %), taxis (10 %) y motocicletas (15 %).

- (1.5 puntos) En un determinado momento empezamos a observar el tráfico en la rotonda y apuntamos el tipo de los seis primeros vehículos que pasan. ¿Cuál sería la probabilidad de no observar ningún turismo privado? ¿Cuál sería la probabilidad de que 5 o más de los vehículos observados sean turismos privados?
- (1 punto) Un organismo europeo premia a las ciudades que potencian el transporte público. Para ello, un funcionario escoge un lugar, observa los 100 primeros vehículos que pasan e informa positivamente si al menos 20 son vehículos de transporte público. Utilizando la aproximación por una distribución normal, calcule la probabilidad de que el funcionario emita informe positivo si el lugar que escoge es la rotonda del enunciado.

DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si Z tiene distribución $N(0, 1)$, $P(Z < 0,45) = 0,6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990