



INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, responda razonadamente a **cuatro** preguntas cualesquiera, a elegir entre las ocho que se proponen, considerando las dos opciones (A y B).

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de transmisión de datos, representación gráfica o cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el enunciado, donde también se especifica la valoración de cada apartado. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Dado el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} ax + 2y + (a-2)z = 1 \\ 2x + ay = 1 \\ -x + z = a, \end{cases}$$
 se pide:

- (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro real a .
- (0.5 puntos) Resolverlo para $a = 2$.

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - \operatorname{sen} x, & \text{si } x \geq 0, \\ \ln(1-x) & \text{si } x < 0, \end{cases}$ se pide:

- (1.25 puntos) Estudiar la continuidad y derivabilidad de f en la recta real.
- (1.25 puntos) Calcular $\int_0^\pi f(x) dx$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Se considera la recta $r \equiv \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{-1}$ y el plano $\pi \equiv x - 2y + z = -6$. Se pide:

- (1 punto) Determinar la posición relativa de r y π .
- (1.5 puntos) Hallar la ecuación de un plano π' perpendicular a π y que contenga a r . Determinar la distancia del punto $P(1, 1, 1)$ al plano π' .

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos

La temperatura máxima que soporta un cierto modelo de chip de seguridad militar antes de quemarse sigue una distribución normal de media 72°C y desviación típica 5.5°C . El control de calidad de la fábrica somete a todos los chips a una temperatura de 68°C y rechaza los que se queman.

- (1 punto) Calcula la probabilidad de que un chip elegido al azar no pase el control de calidad.
- (1.5 puntos) Un agente secreto roba un chip (elegido al azar) del almacén donde se están depositados, antes de pasar el control de calidad. Quiere usarlo para hackear un servidor de la inteligencia del enemigo, pero eso va a provocar un uso intensivo que calentará el chip hasta los 80°C . ¿Qué probabilidad de éxito tiene el agente?

OPCIÓN B

Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Un adivino afirma haber soñado con el número que va a ser premiado en el sorteo de lotería de navidad. Sus dos primeras cifras son iguales, y sus dos últimas cifras son también iguales. El triple de la cifra final es el doble de la cifra intermedia; la cifra intermedia, sumada a la primera cifra menos la última, es 7; y la suma de todas las cifras es 24. ¿Qué número ha soñado el adivino?

Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Dada la función $f(t) = \frac{e^{t+1}}{t^2 + 1}$, se pide:

- (1 punto) Calcular $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$.
- (1.5 puntos) Estudiar el crecimiento y los valores máximo y mínimo de $f(t)$ en $[-1, 1]$.

Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Dados el punto $P(2, 2, 2)$ y el plano $\pi \equiv x + 2y + 3z = 6$, se pide:

- (0.5 puntos) Determinar una ecuación de una recta perpendicular a π que pase por P .
- (2 puntos) Hallar el volumen del tetraedro que forma el origen de coordenadas $O(0, 0, 0)$ con los puntos de intersección del plano π con cada uno de los tres ejes.

Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos

En una caja que contiene tornillos y tuercas hay el doble de tornillos que de tuercas. De los tornillos, dos tercios son de zinc y un tercio, de latón; de las tuercas, un 25 % es de zinc y el resto de latón. Se extrae al azar un objeto de la caja.

- (1.5 puntos) Calcula la probabilidad de que sea de zinc.
- (1 punto) Sabiendo que es de zinc, determina la probabilidad de que sea una tuerca.

DISTRIBUCIÓN NORMAL



Ejemplo: si Z tiene distribución $N(0, 1)$, $P(Z < 0,45) = 0,6736$.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990