



POLITÉCNICA

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS  
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso 2019-2020

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

**INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN**

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.

**TIEMPO Y CALIFICACIÓN:** 90 minutos. Cada pregunta se calificará sobre 2 puntos.

**A.1. ( 2 puntos)**

Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5a \\ a & 3 \end{pmatrix}$  con  $a \in \mathbb{R}$ .

- Determine los valores del parámetro  $a$  para los que se verifica la igualdad  $A^2 - 5A = -I$ , donde  $I$  es la matriz identidad.
- Calcule  $A^{-1}$  para  $a = -1$ .

**A.2. ( 2 puntos)**

Un vivero elabora dos tipos de sustratos. Para elaborar  $1 \text{ m}^3$  del tipo A necesita 60 kg de tierra vegetal y 30 horas de trabajo. Para elaborar  $1 \text{ m}^3$  del tipo B necesita 50 kg de tierra vegetal y 50 horas de trabajo. El vivero dispone como máximo de 21000 kg de tierra vegetal y 15000 horas de trabajo. Además, la cantidad de metros cúbicos que elabora de tipo A debe ser como mucho cinco veces la cantidad de tipo B. Por la venta de cada metro cúbico de tipo A obtiene un beneficio de 50 € y 60 € por cada metro cúbico de tipo B.

- Represente la región del plano determinada por las restricciones anteriores y determine las coordenadas de sus vértices.
- Determine cuántos metros cúbicos de cada tipo deben elaborarse para, respetando las restricciones anteriores, maximizar el beneficio. Obtenga el valor del beneficio máximo.

**A.3. ( 2 puntos)**

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6x}{2x^2 + 1} & \text{si } x < 1 \\ 2m + \ln x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- Estudie los valores del parámetro  $m \in \mathbb{R}$  para que  $f(x)$  sea continua en  $x = 1$  y calcule la derivada de la función para  $x < 1$ .
- Halle el área de la región del plano limitada por la curva  $y = f(x)$ , las rectas  $x = -1$  y  $x = 0$  y el eje  $OX$ .

**A.4. ( 2 puntos)**

Sean  $A$  y  $B$  sucesos de un experimento aleatorio tales que:  $P(A|B) = \frac{1}{4}$ ,  $P(B) = \frac{1}{6}$  y  $P(A) = \frac{2}{3}$ . Calcule:

- $P(A \cup \bar{B})$ .
- $P((\bar{A} \cap B) \cup (\bar{B} \cap A))$ .

*Nota:  $\bar{S}$  denota el suceso complementario del suceso  $S$ .*

**A.5. ( 2 puntos)**

El peso de una patata, en gramos (g), de una remesa que llega a un mercado se puede aproximar por una variable aleatoria  $X$  con distribución normal de media  $\mu$  y desviación típica  $\sigma = 60$  g.

- Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de  $\mu$  sea menor que 20 g, con un nivel de confianza del 95 %.
- Suponiendo que se selecciona una muestra aleatoria simple de tamaño  $n = 100$ , calcule el valor de la media  $\mu$  para que  $P(\bar{X} \leq 220) = 0,9940$ .

**B.1. ( 2 puntos)**

Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro  $a \in \mathbb{R}$ :

$$\left. \begin{aligned} x - ay &= 1 \\ ax - 4y - z &= 2 \\ 2x + ay - z &= a - 4 \end{aligned} \right\}$$

- a) Discuta el sistema para los diferentes valores de  $a$ .  
 b) Resuelva el sistema para  $a = 3$ .

**B.2. ( 2 puntos)**

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{ax^2 - 3}{x^2 - 5}$$

- a) Calcule el valor del parámetro  $a \in \mathbb{R}$  para que  $f(x)$  tenga una asíntota horizontal en  $y = -1$ .  
 b) Para  $a = 1$ , halle los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f(x)$  y los extremos relativos, si existen.

**B.3. ( 2 puntos)**

Dada la función real de variable real

$$f(x) = e^{2x} + x$$

- a) Determine la ecuación de la recta tangente a  $f(x)$  en  $x = 0$ .  
 b) Calcule

$$\int_0^1 f(x) dx$$

**B.4. ( 2 puntos)**

En un instituto se decide que los alumnos y alumnas solo pueden utilizar un único color (azul o negro) al realizar los exámenes. Dos de cada tres exámenes están escritos en azul. La probabilidad de que un examen escrito en azul sea de una alumna es de  $0,7$ . La probabilidad de que un examen esté escrito en negro y sea de un alumno es  $0,2$ . Se elige un examen al azar. Determine la probabilidad de que

- a) Sea el examen de un alumno.  
 b) Sabiendo que está escrito en negro, sea de un alumno.

**B.5. ( 2 puntos)**

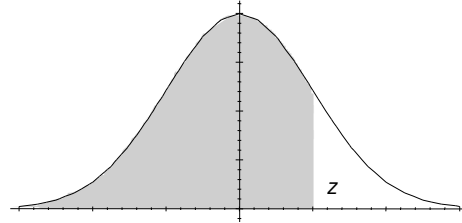
Una persona se ha propuesto salir a caminar todos los días realizando el mismo recorrido y cronometrando el tiempo que tarda en completarlo. El tiempo que está caminando por este recorrido puede aproximarse por una variable aleatoria con distribución normal cuya desviación típica es 10 minutos.

- a) Utilizando la información de una muestra aleatoria simple, se ha obtenido el intervalo de confianza  $(26.9, 37.1)$ , expresado en minutos, para estimar el tiempo medio que tarda en realizar el recorrido,  $\mu$ , con un nivel de confianza del 98,92 %. Obtenga el tamaño de la muestra elegida y el valor de la media muestral.  
 b) Si el tiempo medio para completar el recorrido es  $\mu = 30$  minutos, calcule la probabilidad de que, en una muestra de 16 días elegidos al azar, esta persona tarde entre 25 y 35 minutos de media para completar el recorrido.

## Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

### ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de  $z$ .



<b>z</b>	<b>,00</b>	<b>,01</b>	<b>,02</b>	<b>,03</b>	<b>,04</b>	<b>,05</b>	<b>,06</b>	<b>,07</b>	<b>,08</b>	<b>,09</b>
<b>0,0</b>	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
<b>0,1</b>	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
<b>0,2</b>	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
<b>0,3</b>	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
<b>0,4</b>	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
<b>0,5</b>	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
<b>0,6</b>	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
<b>0,7</b>	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
<b>0,8</b>	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
<b>0,9</b>	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
<b>1,0</b>	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
<b>1,1</b>	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
<b>1,2</b>	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
<b>1,3</b>	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
<b>1,4</b>	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
<b>1,5</b>	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
<b>1,6</b>	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
<b>1,7</b>	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
<b>1,8</b>	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
<b>1,9</b>	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
<b>2,0</b>	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
<b>2,1</b>	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
<b>2,2</b>	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
<b>2,3</b>	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
<b>2,4</b>	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
<b>2,5</b>	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
<b>2,6</b>	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
<b>2,7</b>	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
<b>2,8</b>	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
<b>2,9</b>	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
<b>3,0</b>	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990